

# Was ist Komplexität?\*

Eiichi Ryoku Nakamura<sup>1</sup> und Takashi Mori<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Bioscience, Fukui Prefectural University, Matsuoka, Fukui 910-1195, Japan

<sup>2</sup> Department of Applied Physics, Fukui University, Fukui 910-8507, Japan,  
e-mail: nakamura@fpu.ac.jp

**Zusammenfassung** Wir werden eine Zusammenfassung des Standardszenarios selbstordnender Teilchensysteme geben und die Selbstorganisation komplexer Systeme untersuchen. Diese Systeme werden auf der Grundlage des Prinzips der (Rück-) Bezüglichkeit (*relationalarity*) in die zwei Klassen der komplexen Systeme der ersten und der zweiten Art unterteilt. Komplexe Systeme der zweiten Art werden durch starke (Rück-) Bezüglichkeit charakterisiert, die die Wechselwirkungen zwischen Elementen dieser Systeme betrifft. Als ein Beispiel dieses charakteristischen Merkmals, werden wir eine Modellrechnung regel-verändernder zellulärer Automaten (ZA) vorstellen.

## 1 Standardszenario des Selbstordnens komplexer Systeme

In der fundamentalen Theorie physikalischer Systeme kennen wir das Standardszenario selbstordnender Teilchensysteme, das der Selbstorganisation komplexer Systeme ähnlich ist. Entsprechend diesem Szenario können wir das Auftreten makroskopischer Ordnung in der molekularen Dynamik in Analogie zur Erzeugung von Teilchen in der Elementarteilchenphysik betrachten.

Es ist bekannt, daß es eine Entsprechung zwischen der statistischen Mechanik und der Feldtheorie in Teilchensystemen gibt [1]. Die Dichte der freien Energie in der statistischen Mechanik entspricht der Energiedichte des Vakuums in der Feldtheorie. Verschiedene Zustände molekularer Systeme werden wegen stochastischen Molekularbewegungen statistisch dargestellt, während die Vakuumzustände, die Teilchen ergeben, via Quantisierung der entsprechenden Eigenwerte von verschiedenen Zustandskonfigurationen realisiert werden. Wir können in den *zufälligen* Zuständen aus der freien Energiedichte kein makroskopisches Ordnen erhalten, ebenso wie *symmetrische* Vakuumzustände keine Teilchen erzeugen.

Um makroskopisches Ordnen zu erhalten, benötigen wir irgendeine Fluktuationsneigung der stochastischen molekularen Bewegungen wie spontane Symmetriebrechung von Feldern im symmetrischen Phasenraum. Eine lokale Fluktuationsneigung erweist sich als eine globale und folglich haben wir makroskopische Phänomene des Selbstordnens, was das gleiche Phänomen ist wie das Auftreten

---

\* Die vorliegende Arbeit wurde in Zusammenarbeit mit K. Kudo, O. Yamakawa, Y. Tamagawa, H. Suzuki und T. Uesugi verfaßt. Das Originalmanuskript der Autoren wurde aus dem Englischen übersetzt von Theodor Leiber (Augsburg).

von Eichteilchen aus den symmetrischen Vakuumzuständen in der Felddynamik. In der geordneten Phase nähert sich die Eichkopplung  $\Lambda$  dem kritischen Wert  $\Lambda_m$ . Wir halten die Eichinvarianz und Renormierbarkeit im konservativen Feldraum für fundamentale Annahmen im Rahmen des Standardszenarios der Felddynamik.

Selbst in nicht-konservativen molekularen Feldern, wie wir sie im kritischen Verhalten typischer dissipativer Systeme finden, können wir erwarten, daß der Ordnungsparameter  $\varphi$  sich dem kritischen Wert  $\varphi_c$  annähert. Diese kritischen Phänomene zeigen an, daß sich lokale Fluktuationen zu makroskopischen aufschaukeln und es taucht die charakteristische Struktur geordneter Systeme auf, wie sich durch das Anwachsen des Ordnungsparameters zeigt.

Diese kritischen Verhaltensweisen werden allgemein im Rahmen der Vorstellung von Ordnungs-Unordnungs-Phasenübergängen erfaßt. Lokale Fluktuationen sind in der ungeordneten Phase beschränkt, wo der Phasenraum als symmetrisch angenommen wird. Komplexe Systeme gehen aufgrund spontaner Symmetriebrechung und spontaner lokaler Fluktuationsneigung in die geordnete Phase über. Im Standardszenario geht dieser Phasenübergang auf nichtlineare Wechselwirkungen zwischen den Elementen dieser Systeme zurück. Insbesondere ist in der geordneten Phase Potenzgesetzverhalten als typisches makroskopisches Phänomen bekannt.

Falls komplexe Systeme skaleninvariante nichtlineare Wechselwirkungen haben, zeigen sowohl konservative als auch nicht-konservative Systeme wohlbekanntes Potenzgesetzverhalten, was das charakteristische Merkmal dieser Systeme in der geordneten Phase ist. Die fraktale Geometrie ist für skaleninvariante geordnete Systeme nützlich. Wir können Potenzgesetzverhalten der Korrelationslänge  $\xi$  zwischen Elementen in der Form

$$\xi = N^{1/D} \quad (1)$$

darstellen, wobei  $N$  die Anzahl der Unterteilungen der zu untersuchenden Systeme ist und  $D$  die fraktale Dimension bedeutet.

In Phänomenen des Chaos zwischen zwei distanten Punkten finden wir ähnliches Verhalten. Die charakteristischen Merkmale dieser Phänomene zeigen sich anhand des zeitabhängigen Abstands  $d(t)$  zwischen zwei Punkten folgendermaßen:

$$d(t) = e^{\lambda t}, \quad (2)$$

wobei  $\lambda$  der Lyapunov-Exponent ist. Falls wir  $d(t)$  mit  $\xi$  identifizieren und  $t = \log N$  setzen, erhalten wir  $\lambda = D^{-1}$  im gleichen Potenzgesetzverhalten.

Wir können dieses charakteristische Potenzgesetzverhalten des Ordnungsparameters  $\varphi$  allgemein auf der Grundlage der Konvolutionsformel [2] hinsichtlich von in Untersysteme unterteilten Systemen erhalten, wie wir

$$\varphi = \varphi_1 * \varphi_2 * \cdots * \varphi_N \quad (3)$$

durch die statistische *bootstrap*-Relation erhalten. Entsprechend dieser Formel ist es möglich zu verstehen, daß wiederholt in Subsysteme unterteilte Systeme im thermodynamischen Limes Potenzgesetzverhalten zeigen.

Im Standardszenario geht die ungeordnete Phase spontan aufgrund nichtlinearer Wechselwirkungen in die geordnete Phase über, wo komplexe Systeme in Subsysteme mit der gleichen dynamischen Struktur unterteilt werden können, und somit zeigen diese Systeme charakteristisches Potenzgesetzverhalten. Sowohl chaotische als auch fraktale Phänomene werden durch dieses Potenzgesetzverhalten charakterisiert, das aus nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen Elementen komplexer Systeme resultiert.

## 2 Zwei Arten komplexer Systeme

Ist es möglich oder nicht, die charakteristischen Merkmale komplexer Systeme aus der gewohnten Dynamik einfacher System abzuleiten? Dies ist ein herausforderndes Problem für die Wissenschaften und die Technologie unserer Zeit. Die Entwicklung der Sozial- und Humanwissenschaften wird von der Lösung dieses Problems stark betroffen sein, da sowohl menschliche Kommunikation als auch soziale Netzwerke recht komplexe Strukturen aufweisen.

Komplexe Systeme sind keine geschlossenen Systeme und sie werden durch nichtlineare Wechselwirkungen zwischen den Elementen charakterisiert. Dies ist der Grund, weshalb sie makroskopische singuläre Phänomene zeigen, die wir in ihrer Zeitentwicklung beobachten können.

Hinsichtlich typischer singulärer Phänomene komplexer Systeme, können wir Selbstordnen aufzeigen, das aus Clusterbildung der Elemente resultiert aufgrund einer starken Kopplung zwischen ihnen. Allerdings verändern diese Elemente komplexer Systeme ihre dynamische Struktur nicht. Wir nennen sie „komplexe Systeme der ersten Art“.

Falls spezielle nichtlineare Wechselwirkungen die dynamische Struktur zwischen den Elementen verändern, mag es möglich sein, raum-zeitliche Evolution komplexer Systeme wie in der biologischen Evolution zu erwarten. Wir werden diese Systeme im Unterschied zu den ersteren „komplexe Systeme der zweiten Art“ nennen.

### 2.1 Komplexe Systeme der ersten Art

Wir können die raum-zeitliche Evolution komplexer Systeme in der Form singulärer räumlicher Musterbildung oder rhythmischer Zeitentwicklung in den entsprechenden Zeitsequenzen darstellen. Komplexe Systeme der ersten Art werden durch diese kooperativen Phänomene in der geordneten Phase charakterisiert, die eine Anzahl von Variablen in einige wenige Parameter reduzieren. Es zeigt sich aufgrund spontaner Symmetriebrechung, daß die zufällige Phase aufgrund nichtlinearer Wechselwirkungen in die geordnete Phase übergeht.

Sowohl die *nichtlinearen Wechselwirkungen* als auch die *dissipative Struktur* sind wichtige Schlüsselbegriffe komplexer Systeme der ersten Art. Entsprechend der Theorie dissipativer Strukturen [3] ändert sich die makroskopische Variable  $X_i$  gemäß der Zeitableitung unter der Zwangsbedingung

$$\partial X_i / \partial t = F_i(\{X_i\}, \lambda), \quad (4)$$

wobei  $\{X_i\}$  eine Klasse von  $X_i$  bedeutet. Gleichung (4) wird als die Feedback-Wirkung der Umgebung betrachtet.

Nichtlineare Wechselwirkungen ergeben Ordnungs-Unordnungs-Phasenübergänge. Es ist möglich, die Mastergleichungen auf kooperative Phänomene in der geordneten Phase physikalischer und nichtphysikalischer komplexer Systeme anzuwenden [4]. Diese stochastischen Gleichungen werden benutzt auf der Grundlage, daß der dissipative Prozeß als Markovprozeß identifiziert wird.

Der Markovprozeß ist ein stochastischer Prozeß, der mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p$  und der Übergangswahrscheinlichkeit  $w$  folgendermaßen dargestellt wird:

$$p(q_1, q_2) = w(q_1|q_2)p(q_2), \quad (5)$$

wobei  $q_1$  und  $q_2$  die Zustandsvariablen entsprechend der zeitlichen Folge  $t_1, t_2, \dots, t_N$  sind. Gleichung (5) zeigt an, daß Systeme im Markovprozeß nur ein Gedächtnis des vorherigen Schritts besitzen. Deswegen handelt es sich nicht um einen historischen Prozeß, in den eine Reihe von vergangenen Erinnerungen eingesetzt wird. Es sollte festgehalten werden, daß komplexe Systeme der ersten Art durch den *nicht-historischen Markovprozeß* charakterisiert werden.

Es ist einfach, aus Gl. (5) die folgende Chapman-Kolmogorov-Gleichung zu erhalten:

$$\int w(q_1|q_2)w(q_2|q_3) dq_2 = w(q_1|q_3). \quad (6)$$

## 2.2 Komplexe Systeme der zweiten Art

Komplexe Systeme der zweiten Art werden durch das Merkmal der Selbstorganisation charakterisiert, was im Gegensatz zum Selbstordnen, das durch den nicht-historischen Markovprozeß dargestellt wird, einem historischen Prozeß wie der biologischen Evolution entspricht.

Es werde gemäß (5) der allgemeine Markovprozeß

$$p(q_1, q_2, \dots, q_N) = w(q_1|q_2)w(q_2|q_3) \cdots w(q_{N-1}|q_N)p(q_N) \quad (7)$$

betrachtet. Die Faktorisierung in (7) bedeutet, daß eine Anzahl von vergangenen Erinnerungen unabhängig in die Form  $w(q_{i-1}|q_i)$  eingesetzt wird. Im Fall eines historischen Prozesses sollte die Übergangswahrscheinlichkeit  $w$  allerdings mit Hilfe der Zustandsvariablen  $\{q_i\}$  als

$$p(q_1, q_2, \dots, q_N) = w(\{q_i\}, \kappa)p(q_N) \quad (8)$$

dargestellt werden, wobei  $\kappa$  der Parameter der (Rück-) Bezüglichkeit ist. Falls  $\kappa \sim 0$ , haben wir den Markovprozeß

$$w(\{q_i\}, \kappa) \sim w(q_1|q_2)w(q_2|q_3) \cdots w(q_{N-1}|q_N). \quad (9)$$

Der (Rück-) Bezüglichkeits-Parameter  $\kappa$  klassifiziert komplexe Systeme in zwei Klassen, nämlich diejenigen der ersten Art ( $\kappa \sim 0$ ) und diejenigen der

zweiten Art ( $\kappa \neq 0$ ). Dieser Parameter zeigt an, daß komplexe Systeme der zweiten Art im Gegensatz zum Fall komplexer Systeme der ersten Art nicht aus der gewohnten Dynamik einfacher Systeme abgeleitet werden können [5], weil man die gewöhnliche Formel des stochastischen Markovprozesses für diese Systeme nicht benutzen kann.

Komplexe Systeme, die vom nicht-Markovprozeß (8) repräsentiert werden, zeigen kein einfaches stochastisches Verhalten. Außerdem können wir ihre Prozesse auf der Grundlage deterministischer klassischer Dynamik nicht definit bestimmen, da diese Systeme die dynamische Struktur verändern und sich somit wie biologische Evolution entwickeln. Es sollte das *Prinzip der (Rück-)Bezüglichkeit* geben, das Evolutionen komplexer Systeme kontrolliert, den Parameter  $\kappa$  in Verbindung mit der Umgebung im vernünftigen Wertebereich zu halten. Wir müssen verschiedene Evolutionsprozesse komplexer Systeme der zweiten Art erforschen, um dieses Prinzip deutlich zu machen.

Im nächsten Abschnitt werden wir als ein Beispiel komplexer Systeme der zweiten Art eine Modellrechnung an *regel-verändernden* zellulären Automaten zeigen. In diesem Modell mag der Kehrwert des Schwellenwertes  $\eta$  (der Grad des Mangels an Sensitivität) mit dem Parameter der (Rück-)Bezüglichkeit verknüpft werden.

### 3 Ein Beispiel komplexer Systeme der zweiten Art: Regel-verändernde zelluläre Automaten

In diesem Abschnitt werden wir regel-verändernde zelluläre Automaten [6] als ein Beispiel vorstellen. In unserem Modell wird die Regel zellulärer Automaten (ZA) sukzessive durch Umgebungszustände verändert. Aus Gründen der Einfachheit benutzen wir elementare ZA [7], in denen die Eingabe aus drei benachbarten Zuständen erzeugt wird und wir führen folgenden dynamischen Prozeß ein:

- (i) Output des Rezeptors:  
Jede Zelle besitzt 8 Rezeptoren, die 8 Inputmoden entsprechen. Der Rezeptor meldet seinen primären Output entsprechend der zuständigen Quellenregel zurück. Es gibt 256 Quellenregeln, die Beziehungen zwischen Rezeptoren und ihren primären Outputs bestimmen.
- (ii) Veränderung der Inputfrequenz:  
Wir führen die Eingabefrequenz  $f$  für jeden Rezeptor ein als einen Weg, umgebende Zustände zu quantifizieren. Falls der Rezeptor  $\alpha$  nicht benutzt wird, nimmt die Eingabefrequenz  $f_\alpha$  wie

$$f_\alpha \rightarrow f_\alpha - 1 \quad (10)$$

ab. Allerdings wächst  $f_\alpha$  wegen der Wirkung der anderen 7 Rezeptoren gemäß

$$f_\alpha \rightarrow f_\alpha + 7 \quad (11)$$

an, wenn der Rezeptor  $\alpha$  benutzt wird. Wir nehmen  $0 \leq f_\alpha \leq Max$  an und wählen für die Modellrechnung  $Max = 160$ .

## (iii) Versklavungsprozeß des Rezeptors:

Jeder Rezeptor behält seinen primären Outputwert, wenn  $f_\alpha$  größer als Null ist. Der Wert  $f_\alpha = 0$  bedeutet, daß der Rezeptor seinen primären Output verliert und einen Output eines anderen Rezeptors zurückmeldet. Wir nennen den ersteren Rezeptor *Sklavenrezeptor* und den letzteren Rezeptor *Masterrezeptor*. Der Rezeptor, der nicht versklavt ist, heißt *unabhängiger Rezeptor*. Dieser Versklavungsprozeß wird folgendermaßen durchgeführt. Wenn  $f_\alpha$  gegen Null geht, wird ein unabhängiger Rezeptor  $\alpha$  von dem anderen unabhängigen Rezeptor  $\beta$  mit der Wahrscheinlichkeit

$$P_\beta = f_\beta / \sum f_\beta \quad (12)$$

versklavt, wobei der Hamming-Abstand zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  Eins ist. Der Sklavenrezeptor kann seinen primären Output nicht zurückmelden, während der Masterrezeptor seinen primären Output zurückmeldet, wenn der Input ihm selbst oder seinen Sklavenrezeptoren entspricht. Gemäß diesem Prozeß kann die Regel einer Zelle verändert werden. Wenn eine Zelle entsprechend einem Sklavenrezeptor Input erhält, dann wachsen die  $f$ -Werte sowohl des Sklavenrezeptors als auch seines Masterrezeptors wie in (11) an. Falls  $f_\alpha$  des Masterrezeptors Null wird, wird er zusammen mit seinen Sklavenrezeptoren von anderen unabhängigen Rezeptoren versklavt.

## (iv) (Wieder-) Erholungsprozeß des Rezeptors:

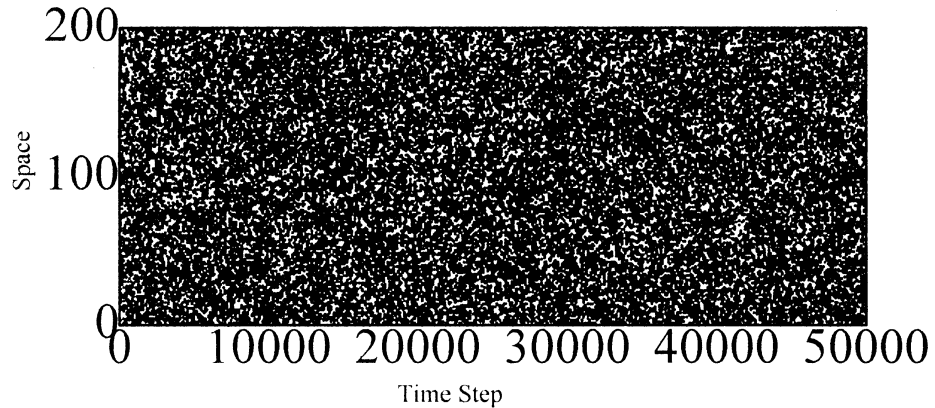
Der Sklavenrezeptor kann sich von seinem Masterrezeptor wieder erholen, falls  $f_\alpha$  des Sklavenrezeptors bis zu einem bestimmten Schwellenwert  $\eta$  anwächst. Der Wert  $\eta$  bedeutet den Grad des Mangels an Sensitivität, vom Sklavenzustand in den primären Zustand zurückzukehren. Mit anderen Worten, er bedeutet den Grad des Mangels an Sensitivität gegenüber umgebenden Zellen. Der Parameter  $\eta$  wird als  $x = 7k$  mit  $k = 0, 1, 2, \dots$  umgeschrieben. Durch diesen Erholungsprozeß des Rezeptors verändert sich auch die Regel einer Zelle. Ein Beispiel für Versklavungs- und Erholungsprozesse ist in Tabelle 1 gezeigt. In unserer Modellsimulation setzen wir die entsprechenden Zustände von Zellen und die Werte von  $f_\alpha$  zufällig und benutzen periodische Randbedingungen auf dem Zellenraum.

### 3.1 Raum-zeitliche Evolution von Zellen

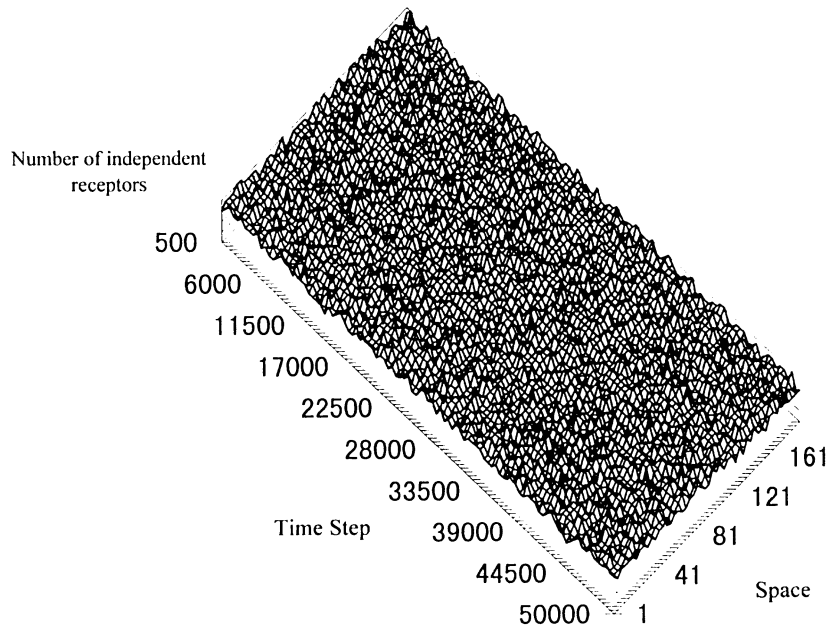
Es gibt in elementaren zellulären Automaten 256 Quellenregeln. Unter diesen Regeln wählen wir Regel 22 aus, die das charakteristischste komplexe Verhalten ergibt. Wir werden die raum-zeitliche Evolution von Zellen unter Berücksichtigung von Outputverhalten und regel-änderndem Verhalten zeigen. Die Abb. 1a ( $\eta = 7$ ), 2a ( $\eta = 21$ ) und 3a ( $\eta = 140$ ) zeigen Outputverhalten von Zellen in der Raum-Zeit-Evolution, wobei die schwarzen Punkte den Outputwert 1 bedeuten. Es genügt, 8 Zustände entsprechend der Anzahl unabhängiger Rezeptoren zu verwenden, um die raum-zeitliche Evolution von Regeln zu zeigen. Die Abb. 1b ( $\eta = 7$ ), 2b ( $\eta = 21$ ) und 3b ( $\eta = 140$ ) zeigen regel-veränderndes Verhalten von Zellen in der raumzeitlichen Evolution.

**Tabelle 1.** Beispiel für Versklavungs- und Erholungsprozesse einer Zelle in einem regel-verändernden zellulären Automaten mit der Quellenregel 22. Wenn im ersten Schritt  $f_{000}$  gegen Null geht, wird der unabhängige Rezeptor (000) durch einen der unabhängigen Rezeptoren (001), (010), (100) entsprechend der Wahrscheinlichkeit von (12) versklavt werden. Falls der Rezeptor (001) ausgewählt wird, wird der Rezeptor (000) zu einem Versklaver des Rezeptors (001). Der Output eines Sklavenrezeptors verändert sich von primären zu Masterrezeptoren. Dies ruft eine zellinterne Dynamik von Regel 22 zu Regel 23 hervor. Wenn  $f_{000}$  im zweiten Schritt größer als der Wert  $\eta$  wird, wird sich der Sklavenrezeptor (000) von seinem Masterrezeptor (001) erholen und zum primären Zustand zurückkehren. In diesem Erholungsprozeß ändert sich die Regel von Regel 23 zu Regel 22

Rezeptor	1 1 1	1 1 0	1 0 1	1 0 0	0 1 1	0 1 0	0 0 1	0 0 0	Regel
Primärer Output	0	0	0	0	1	0	1	0	22
durch den Versklavungsprozeß veränderter Output	0	0	0	0	1	0	1	1	23
durch den Erholungsprozeß veränderter Output	0	0	0	0	1	0	1	0	22



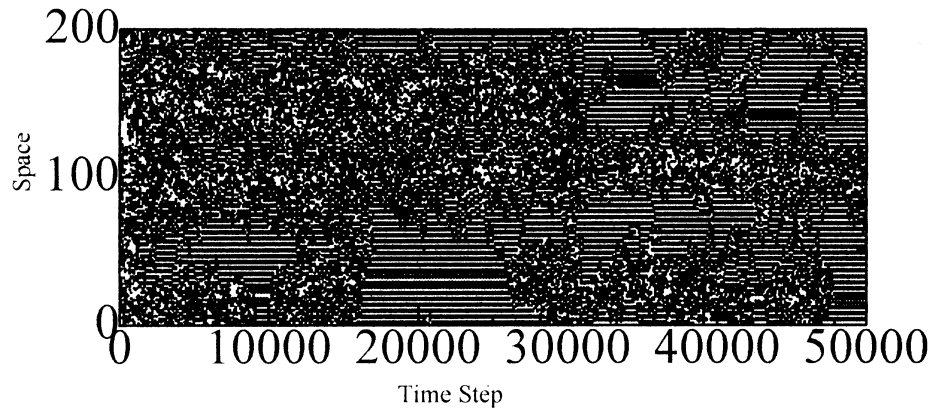
**Abb. 1.** (a) Raum-zeitliche Evolution des Outputverhaltens bei der Quellenregel 22 mit 200 Zellen beginnend mit zufälligen Anfangsbedingungen. Aus der Sequenz von 1 bis 50000 Zeitschritten ist jeder fünfzigste Zeitschritt in dem kleinen  $\eta$ -Bereich,  $\eta = 7$ , aufgezeichnet. Falls der Output 1 ist, ist die entsprechende Raum-Zeit-Zelle schwarz gemalt, andernfalls bleibt sie leer



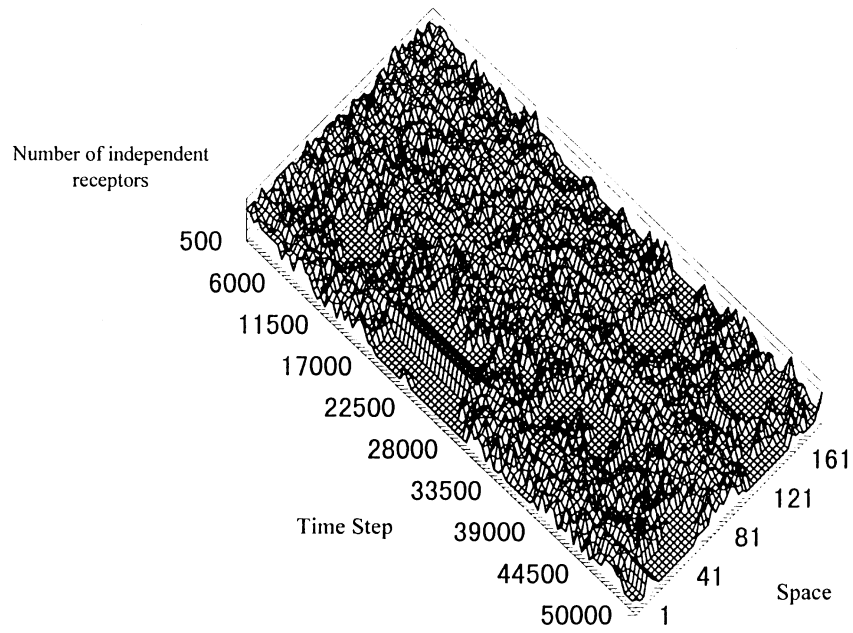
**Abb. 1.** (b) Raum-zeitliche Evolution des regel-verändernden Verhaltens entsprechend Abb. 1a. Jeder fünfhundertste Zeitschritt ist aufgezeichnet. Die  $z$ -Achse bezeichnet die Anzahl unabhängiger Rezeptoren

In unserem Modell tauchten zwei Typen von regel-veränderndem Verhalten auf. Einer ist derjenige der Zellen vom Typ A, die die Regel während der Versklavungs- und Erholungsprozesse ständig ändern. Der andere ist derjenige der Zellen vom Typ B, die die vom Masterrezeptor gegebene Regel beibehalten. Wir starten unsere Simulationen mit dem kleinen Schwellenwert ( $\eta = 7$ ). In diesem Fall zeigt die raum-zeitliche Evolution chaotisches Verhalten an, wie in Abb. 1a gezeigt. Dieses Verhalten wird durch die chaotische Quellenregel 22 verursacht, die verschiedene Inputs für eine Zelle ergibt. Jede Zelle behält viele unabhängige Rezeptoren, da der Sklavenrezeptor schnell entkommt, wenn er Input erhält. Deswegen gehören während der Versklavungs- und Erholungsprozesse alle Zellen zum Typ A, wie in Abb. 1b gezeigt. Das System behält somit eine der Regel 22 ähnliche Regel und zeigt chaotisches Verhalten.

Für den mittleren Schwellenwert ( $\eta = 21$ ) finden wir komplexe raum-zeitliche Muster, in denen sowohl chaotische als auch periodische Bereiche existieren, und folglich kann die Konkurrenzstruktur deutlich gesehen werden wie in Abb. 2a. Diese raum-zeitliche Evolution hängt sensitiv von den Anfangsbedingungen ab. Es sollte bemerkt werden, daß dieses Verhalten dem Verhalten von zellulären Automaten mit vielen Nachbarzuständen ähnlich ist, das als Klasse IV klassifiziert wird und das als Verhalten „am Rand des Chaos“ (*edge of chaos* [8]) bezeichnet wird. In unserem Modell wird der „Rand des Chaos“ durch den folgenden regel-verändernden Prozeß hervorgerufen. Im mittleren  $\eta$ -Bereich erscheinen zwei Ty-

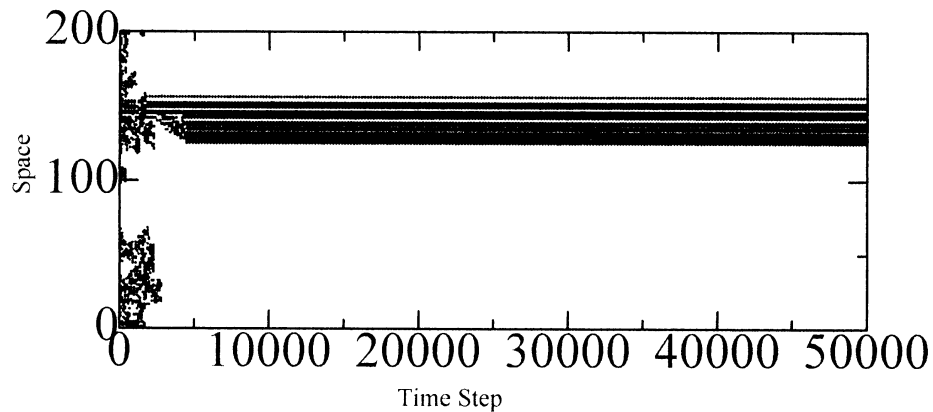


**Abb. 2.** (a) Raum-zeitliche Evolution des Outputverhaltens im mittleren  $\eta$ -Bereich,  $\eta = 21$ , unter den gleichen Simulationsbedingungen wie in Abb. 1a



**Abb. 2.** (b) Raum-zeitliche Evolution des regel-verändernden Verhaltens entsprechend Abb. 2a

pen von regel-veränderndem Verhalten, da der Erholungsprozeß im Vergleich mit dem Fall kleiner  $\eta$  langsam auftritt. Ein regel-verändernder Verhaltenstyp ist derjenige der Zellen vom Typ A, der chaotisches Verhalten erzeugt, wie im Bereich kleiner  $\eta$  zu sehen ist. Zellen vom Typ A sind gehäuft, wie in Abb. 2b gezeigt. Der andere Verhaltenstyp ist derjenige der Zellen vom Typ B, der die Regel beibehält. Typ-B-Zellen werden im Versklavungsprozeß von Typ-A-Zellen erzeugt. Wenn Typ-A-Zellen nicht viele Eingaben erhalten können, nimmt die Anzahl der unabhängigen Rezeptoren im Versklavungsprozeß ab. Entsprechend der Abnahme unabhängiger Rezeptoren beginnen die Zellen, in den Bereich der periodischen Regel zu fallen, da in diesem Prozeß viele Sklavenrezeptoren durch einige wenige Masterrezeptoren versklavt werden. Sobald die Masterrezeptoren ihre Inputs einmal stabilisieren, können die Zellen die Regel nicht mehr verändern. In diesem Prozeß werden Typ-B-Zellen erzeugt und gehäuft.

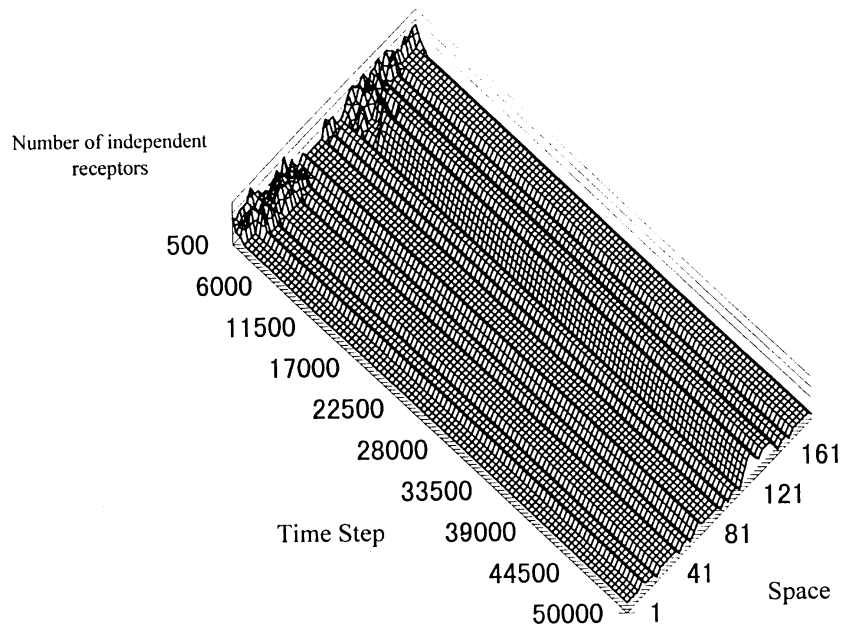


**Abb. 3.** (a) Raum-zeitliche Evolution des Outputverhaltens im größeren  $\eta$ -Bereich,  $\eta = 140$ , unter den gleichen Simulationsbedingungen wie in Abb. 1a

Falls eine Typ-B-Zelle einer Typ-A-Zelle nahe ist, erholt sich der Sklavenrezeptor einer Typ-B-Zelle und gehört zu einer Typ-A-Zelle, da Typ-A-Zellen für die Umgebungen verschiedene Inputs erzeugen. Dieses Verhalten überträgt sich auf andere nächste Typ-B-Zellen. Dies ist die Konkurrenzstruktur in diesem Zellsystem. Natürlich kann auch der gegenläufige Prozeß beobachtet werden. In diesem Fall wird eine Typ-A-Zelle zu einer Typ-B-Zelle und folglich wird die periodische Struktur ausgedehnt werden. Der „Rand des Chaos“ tritt somit durch konkurrierende Verhaltensweisen zwischen Typ-A- und Typ-B-Zellen auf.

Für den großen Schwellenwert ( $\eta = 140$ ) wird des Outputverhalten periodischer Evolution dominant, wie in Abb. 3a gezeigt. Der Erholungsprozeß tritt kaum auf, da der Sklavenrezeptor viele Inputs erhalten muß, um sich zu erholen. Deswegen sind eine Menge Typ-B-Zellen aufgetreten, wie in Abb. 3b gezeigt.

Wir haben gezeigt, daß unsere regel-verändernden zellulären Automaten verschiedene Verhaltensweisen zeigen und insbesondere im Übergangsbereich mitt-



**Abb. 3.** (b) Raum-zeitliche Evolution des regel-verändernden Verhaltens entsprechend Abb. 3a

lerer  $\eta$ -Werte werden charakteristische Verhaltensweisen beobachtet. Die anderen interessanten Verhaltensweisen können mittels der anderen Quellenregeln beobachtet werden, z.B. Regel 18, 54, 110, 122. Somit erzeugt unser System eines zellulären Automaten verglichen mit dem ordinalen System zellulärer Automaten unterschiedlich komplexe Phänomene. Unser ZA-System ist ein Beispiel komplexer Systeme der zweiten Art. Es mag möglich sein, komplexere Verhaltensweisen hinsichtlich anderer komplexer Systeme zu erforschen, in denen sich die Wechselwirkungen zwischen den Elementen der Systeme entsprechend der Zeitentwicklung verändern.

## Literatur

1. Kogut, J. B. (1979) An introduction to lattice gauge theory and spin systems. *Reviews of Modern Physics* **51**, 659–713
2. Nakamura, E. R., Kudo, K. (1990) Convolution theory of a phase transition between hadronic and quark matter and the characteristic multiplicity distributions. *Physical Review D* **41**, 281–284
3. Nicolis, G., Prigogine, I. (1989) *Exploring Complexity: An Introduction*. Freeman, München
4. Haken, H. (1983) *Synergetics. An Introduction*. 3rd ed., Springer, Berlin
5. Gell-Mann, M. (1995) What is Complexity? *Complexity* **1**, 16–19
6. Mori, T., Kudo, K., Tanagawa, Y., Nakamura, R., Yamakawa, O., Suzuki, H., Uesugi, T. (1999) Edge of chaos in rule-changing cellular automata. *Physica D* (in press)

7. Wolfram, S. (1983) Statistical mechanics of cellular automata. *Reviews of Modern Physics* **55**, 601–644
8. Langton, C. G. (1990) Computation at the edge of chaos: phase transitions and emergent computation. *Physica D* **42**, 12–37