

Teil I

Einführung

Komplexe Systeme und Nichtlineare Dynamik in Natur und Gesellschaft

Klaus Mainzer

Lehrstuhl für Philosophie und Wissenschaftstheorie, Institut für Interdisziplinäre Informatik, Universität Augsburg, Universitätsstraße 10, D-86135 Augsburg, Germany, e-mail: klaus.mainzer@phil.uni-augsburg.de

Zusammenfassung Komplexe dynamische Systeme und Chaostheorie werden derzeit erfolgreich in verschiedenen Bereichen der Naturwissenschaften untersucht. Im Zeitalter von Globalisierung und Vernetzung werden aber auch Chaos und Komplexität unserer weltweiten sozialen, ökonomischen und ökologischen Probleme entdeckt. Das gemeinsame methodische Thema ist die fachübergreifende Modellierung komplexer Systeme, deren Dynamik durch Nichtlinearität bestimmt ist. Computersimulationen und Computerexperimente erweisen sich dabei als unverzichtbar. Allerdings sind unterschiedliche Interpretationen und Meßvoraussetzungen zu beachten, um der jeweiligen Eigendynamik von physikalischen, chemischen, biologischen, psychischen und sozialen Systemen gerecht zu werden. Der folgende Beitrag gibt dazu eine Einführung und zeigt zugleich, wie die Beiträge dieses Buches vernetzt sind.

1 Vom linearen zum nichtlinearen Denken

Nach I. Newton (1643–1727) sind alle physikalischen Wirkungen durch Kräfte als ihren Ursachen eindeutig determiniert. Ziel der Naturforschung („*philosophia naturalis*“) ist es, diese Kräfte durch mathematische Gesetze („*principia mathematica*“) zu bestimmen, um damit alle beobachtbaren, vergangenen und zukünftigen physikalischen Ereignisse erklären und berechnen zu können. 100 Jahre später wird daraus bei P.-S. de Laplace (1747–1827) der Glaube an eine omnipotente Berechenbarkeit der Natur, wenn im Idealfall („*Laplacescher Geist*“) alle Kraftgesetze und Anfangsbedingungen bekannt wären.

Diese Annahme gilt sicher für lineare dynamische Systeme wie einen harmonischen Oszillator. So besteht nach dem Hookeschen Gesetz eine lineare Beziehung $F = -kx$ zwischen der Position x einer Masse m an einer Feder mit der Federkonstanten k auf einer reibungsfreien Oberfläche und einer Kraft F . Nach Newtons 2. Mechanikaxiom ergibt sich daraus eine *lineare Differentialgleichung* 2. Ordnung

$$m\ddot{x} = -kx.$$

Eine Lösung $x(t)$ des Bewegungsgesetzes läßt sich als *Zeitreihe* des Orts in Abhängigkeit von der Zeit t mit einem Anfangsort $x(0)$ und einer Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(0)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ darstellen. Dieser regulären Schwingung entlang der Zeitachse entspricht eine geschlossene Bahn („*Trajektorie*“) im *Phasenraum*, in dem alle Zustände $(x(t), \dot{x}(t))$ des dynamischen Systems als Punkte

dargestellt sind. Im Phasenraum erkennen wir also die Dynamik eines linearen Oszillators vollständig, wie der *Laplacesche Geist*.

Aus der Mathematik wissen wir: Lineare Gleichungen sind leicht zu lösen. Nichtlineare Gleichungen erlauben aber nicht immer beliebig genaue Berechenbarkeit, selbst mit unseren besten Computern. Ein Beispiel sind die *Mehrkörperprobleme* der Himmelsmechanik, bei denen mehr als zwei Himmelskörper gravitativ aufeinander einwirken. Nach Newtons Gravitationsgesetz und 2. Mechanikaxiom handelt es sich allgemein für n konstante Massen m_1, \dots, m_n und n 3-dimensionale zeitabhängige Ortsfunktionen $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ um *nichtlineare Differentialgleichungen 2. Ordnung*

$$m_i \ddot{\mathbf{x}}_i = \sum_{j \neq i}^n \frac{m_i m_j (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|^3} \quad (1 \leq i \leq n).$$

Wiederum ist die Bahn $\mathbf{x}_i(t)$ für Anfangsort $\mathbf{x}_i(0)$ und Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}_i(0)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ zu bestimmen. Während J. Bernoulli bereits 1710 das Zweikörperproblem für $n = 2$ (z.B. Bahn eines Planeten um die Sonne ohne Berücksichtigung der übrigen Planeten) vollständig löste, blieb die Lösung der nichtlinearen Gleichungen für $n \geq 3$ eine mathematische Herausforderung. H. Poincaré (1892) zeigt erstmals, daß bei einem nichtlinearen Mehrkörperproblem *chaotisch instabile Bahnen* auftreten können, die empfindlich von ihren Anfangswerten abhängen und langfristig nicht vorausberechenbar sind. Zur Veranschaulichung schneidet man eine geschlossene periodische Bahn im 3-dimensionalen Raum transversal mit einer vertikalen Ebene (‘Poincaré-Ebene’) und studiert in der Nähe ihres Schnittpunktes die Auftreffpunkte benachbarter Bahnen. Die Abfolge der Auftreffpunkte, die eine Bahn $x(t)$ nacheinander auf der Poincaré-Ebene erzeugt, wird durch eine Differenzgleichung beschrieben wie z.B. die Hénon’schen Formeln

$$\begin{aligned} x_{n+1}^{(1)} &= f(x_n^{(1)}, x_n^{(2)}), \\ x_{n+1}^{(2)} &= g(x_n^{(1)}, x_n^{(2)}) \end{aligned}$$

für die beiden nachfolgenden Koordinaten $x_{n+1}^{(1)}$ und $x_{n+1}^{(2)}$ des n -ten Auftreffpunktes $(x_n^{(1)}, x_n^{(2)})$ auf der Poincaré-Ebene mit nichtlinearen Funktionen f und g . Computerberechnungen dieser Differenzgleichungen zeigen die Komplexität *fraktaler* Punktfolgen, deren bizarre Muster auf einer Poincaré-Ebene sich bei Vergrößerungen teilweise spiegelbildlich wiederholen. Man spricht dann von der *Selbstähnlichkeit* bzw. *Skaleninvarianz* fraktaler Strukturen.

Schließlich bewiesen A. N. Kolmogorov (1954), V. I. Arnold (1963) und J. K. Moser (1962) ihr berühmtes KAM-Theorem: Trajektorien im Phasenraum der klassischen Mechanik sind weder vollständig regulär noch vollständig irregulär, sondern hängen empfindlich von den gewählten Anfangsbedingungen ab. Winzige Abweichungen von den Anfangsdaten führen zu völlig verschiedenen Entwicklungstrajektorien (‘Schmetterlingseffekt’). Daher können die zukünftigen Entwicklungen in einem chaotischen (Hamiltonschen) System langfristig nicht vorausberechnet werden, obwohl sie mathematisch wohl definiert und determiniert sind.

Historisch zeigte Poincaré übrigens *keineswegs die prinzipielle Unlösbarkeit* des nichtlinearen Mehrkörperproblems, wie häufig populär behauptet wird. Er bewies nur, daß es mit einer üblichen Methode (d.h. der Bestimmung sogenannter erster Integrale) nicht lösbar ist [2] [6]. Wenig beachtet von der mathematischen Welt fand 1991 ein chinesischer Student [41] eine konvergierende Potenzreihe, die *exakt* die Bahn von n Körpern bestimmt. Schwierigkeiten mit Singularitäten, die durch kollidierende Körper und abrupt endende Bahnen entstehen könnten, vermied er durch einen mathematischen Trick. Er führte eine variable Zeit ein, die umso langsamer läuft, je näher sich die Körper kommen. Auf dieser Zeitskala kollidieren die Körper daher erst in unendlicher Zeit, also nie. Damit bleiben ihre Bahnen zwar im Prinzip berechenbar. Um aber nur kurze Bahnstücke vorzuberechnen zu können, müssen Millionen von Potenzen aufsummiert werden. Die *praktische Berechenbarkeit* dieser Lösung übersteigt daher heutige Computerkapazitäten.

Poincarés bleibender Verdienst ist sein Einstieg in die *Komplexität nichtlinearer und chaotischer Dynamik* über das Mehrkörperproblem. Ein anderer Weg zu dieser Komplexität wurde ebenfalls im 19. Jahrhundert gelegt. Gemeint ist die logistische Kurve, die durch eine nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung mit anfänglichem Wachstum einer Größe x und einem dämpfenden quadratischen Rückkopplungsterm beschrieben wird:

$$\dot{x} = kx - kx^2 = kx(1 - x).$$

P. F. Verhulst untersuchte 1845 eine entsprechende nichtlineare *Differenzgleichung*, um das Wachstum von Populationsgrößen x_n in der n -ten Generation für $n = 0, 1, \dots$ und einem Wachstumsparameter k zu berechnen:

$$x_{n+1} = kx_n(1 - x_n).$$

Die Zeitreihen der *Verhulst-Dynamik* zeigen für schwaches Wachstum die bekannte S-Kurve mit der Sättigung in einer Gleichgewichtsgröße, für stärkeres Wachstum eine Oszillation zwischen zwei Populationsgrößen und bei starkem Wachstum völlig irreguläre chaotische Schwankungen. Im Zustandsraum sieht man anschaulich, wie die Dynamik der Trajektorie im 1. Fall auf einen Fixpunktattraktor zielt und im 2. Fall zwischen zwei Zuständen schwankt. Im 3. Fall führen selbst eng benachbarte Anfangswerte nach wenigen Iterationsschritten zu irregulär auseinanderlaufenden Trajektorien [13]. Siegfried Großmann, dessen Arbeiten maßgeblich für die Entwicklung der physikalischen Chaosforschung in Deutschland waren, gibt einen Ausblick auf die aktuelle Forschung in seinem Beitrag *Chaos (-Theorie) in der Physik: Wo stehen wir?*

Bei einer *chaotischen Dynamik* führen geringste Veränderungen $|\delta x_0|$ einer Anfangsbedingung x_0 zu einer exponentiellen Vergrößerung $|\delta x_n| \sim e^{n\Lambda} |\delta x_0|$ mit einem positiven *Lyapunov-Exponenten* Λ . Im Computermodell führen dann geringste Veränderungen von digitalisierten Anfangsdaten zu einer exponentiell wachsenden Rechenzeit zukünftiger Daten, die Langzeitprognosen praktisch ausschließt. So benötigt in einer logistischen Gleichung mit $k = 4$ und endlicher binärer Anfangsbedingung x_0 eine Voraussage des ersten Bits von x_{2n} die

Kenntnis von etwa $2^n = e^{n \ln 2} = e^{nA}$ Bits von x_n . Wohlgemerkt: Dieses nichtlineare Wachstumsgesetz ist mathematisch vollständig *determiniert*. Es geht also wieder um Grenzen der *praktischen Berechenbarkeit* durch Computer [32]. In komplexen Systemen mit vielen Elementen, wie sie uns bereits im Alltag begegnen, spielt Nichtlinearität bei der Selbstorganisation von Ordnung eine wichtige Rolle. Davon handeln die folgenden Beispiele und Beiträge.

2 Komplexe Systeme in der Physik

Ein *komplexes System* besteht allgemein aus einer großen Anzahl n von Elementen mit Index $j = 1, \dots, n$. Die Zustände z_j der Elemente j bestimmen den Zustandsvektor $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ des Systems. So ist in einem Planetensystem der Zustand $z_j(t)$ des Planeten j zum Zeitpunkt t durch seinen Ort und seine Geschwindigkeit bestimmt. Es kann sich aber auch um den Bewegungszustand eines Moleküls in einem Gas, den Erregungszustand einer Nervenzelle in einem neuronalen Netz oder den Zustand einer Population in einem ökologischen System handeln. Die Dynamik des Systems, d.h. die Änderung der Systemzustände in der Zeit, wird durch *Differentialgleichungen* beschrieben. Bei klassischen deterministischen Prozessen haben sie die Form $\dot{\mathbf{z}}_j = f_j(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_n)$, wobei jeder zukünftige Zustand durch den Gegenwartszustand eindeutig bestimmt ist. Statt kontinuierlicher Prozesse lassen sich auch diskrete Prozesse als Änderung der Systemzustände in Zeitschritten $t = 1, 2, \dots$ durch *Differenzgleichungen* untersuchen. Die gleichzeitige Wechselwirkung vieler Elemente wird durch nichtlineare Funktionen erfaßt. Zufallsereignisse (z.B. Brownsche Bewegung) werden durch zusätzliche Fluktuationsterme berücksichtigt. Bei stochastischen Prozessen geht es um die zeitliche Veränderung von Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen von Zuständen, die z.B. durch eine Mastergleichung beschrieben werden.

Die *Thermodynamik* untersucht komplexe Systeme (z.B. Flüssigkeiten, Gase) aus vielen Elementen (z.B. Atome, Moleküle) mit vielen Freiheitsgraden der Bewegung. *Makroskopische* Zustände des Systems (z.B. Wärme) werden auf *mikroskopische* Wechselwirkungen der Elemente zurückgeführt und nach den Gesetzen der *statistischen Mechanik* erklärt. Die Thermodynamik bietet viele Beispiele von komplexen Systemen, deren Elemente sich unter geeigneten Nebenbedingungen zu neuen Ordnungen selbstständig zusammenfügen. Ein alltägliches Beispiel ist ein Regentropfen auf einem Blatt mit seiner perfekten glatten Oberfläche. Die Wassermoleküle am Rand des Tropfens befinden sich in einem höheren Energiezustand als im Innern. Da das System nach den Gesetzen der Thermodynamik einen Zustand niedrigster Gesamtenergie einnehmen muß, minimiert der Tropfen die Ausdehnung seiner energiereichen Oberfläche und bildet so seine makroskopische Form. Bekannt sind auch die Eisblumen, zu denen sich Wassermoleküle in der Nähe des thermischen Gleichgewichts zusammenfügen.

Ein *Ferromagnet* läßt sich als ein *komplexes System* aus vielen kleinen Dipolen (‘Spins’) auf fassen, die in zwei Richtungen ‘up’ (\uparrow) oder ‘down’ (\downarrow) zeigen können. Der *Ordnungsparameter* des Systems ist durch die Durchschnittsverteilung der Spinrichtungen bestimmt. Im Zustand niedrigster Energie zeigen die Spins alle in dieselbe Richtung. In diesem Fall ist das System magnetisiert. Bei

sehr hoher Temperatur (jenseits des Curie-Punktes) ist die Verteilung der Spinrichtung zufällig und irregulär. In diesem Fall ist die thermische Energie als Ursache von Fluktuationen größer als die Energie der Wechselwirkungen. Wird die Temperatur als *Kontrollparameter* des Systems gesenkt, dann strebt das System einem Gleichgewichtszustand kleinster Energie am Curie-Punkt zu, in dem die Dipole das reguläre Ordnungsmuster der gleich ausgerichteten Dipole bilden.

Isolierte Systeme ohne Stoff- und Energieaustausch mit ihrer Umwelt streben nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik von selbst in den Gleichgewichtszustand maximaler Entropie (z.B. strukturlose, irreguläre Verteilung der Gasmoleküle in einem isolierten Behälter). *Abgeschlossene* („konservative“) Systeme ohne Stoff- aber mit Energieaustausch mit ihrer Umwelt hängen von einem Kontrollparameter (z.B. die Temperatur bei einem Ferromagneten) ab. In der Nähe des thermischen Gleichgewichts fügen sich die Systemelemente bei Absenkung auf einen kritischen Wert von selbst zu Ordnungs- bzw. Aggregatzuständen niedriger Entropie und Energie zusammen. Diese Phasenübergänge lassen sich nach L. D. Landau [20] durch Ordnungsparameter charakterisieren wie die Verteilung von Dipolzuständen bei Ferromagneten. Phasenübergänge von abgeschlossenen Systemen *in der Nähe des thermischen Gleichgewichts* werden auch als *konservative Selbstorganisation* bezeichnet.

Dieses Prinzip der *Selbstorganisation*, wonach sich Atome, Moleküle und Molekülverbände selbstständig zu wohlgeordneten und funktionierenden Einheiten zusammenfügen, findet bereits technische Anwendung in der *Materialforschung*. Bei der Fertigung von Halbleiter-Kristallen wird davon ausgegangen, daß sich Silicium- und Dotier-Atome von selbst in der gewünschten Weise anordnen. Durch Selbstorganisation bilden sich z.B. winzige Graphitröhren von einigen millionstel Millimeter Durchmesser (Nanoröhren), die zu den kleinsten jemals hergestellten elektrischen Drähten gehören. Im Computerbau werden mit zunehmender Miniaturisierung Chips notwendig, deren winzige Bauteile durch keine Maschine zusammengesetzt werden können. Sie müßten sich selber nach den Gesetzen der Selbstorganisation zu größeren Funktionseinheiten zusammenlagern. Wie wir später sehen werden, gelten die Gesetze konservativer Selbstorganisation formal häufig auch, wenn die physikalischen Größen durch chemische, biologische, medizinische oder technische Größen ersetzt werden.

Fern des thermischen Gleichgewichts hängen Phasenübergänge von hochgradig *nichtlinearen* und *dissipativen* Mechanismen ab. Makroskopische Ordnungsstrukturen entstehen durch komplexe nichtlineare Wechselwirkungen mikroskopischer Elemente, wenn der Stoff- und Energieaustausch des offenen (dissipativen) Systems mit seiner Umwelt kritische Werte erreicht. In diesem Fall wird die Stabilität der Ordnungsstrukturen durch eine gewisse Balance von Nichtlinearität und Dissipation garantiert. Zu starke nichtlineare Wechselwirkung oder Dissipation würde die Ordnung zerstören.

Ein bekanntes Beispiel ist das *Bénard-Experiment*, wobei eine Flüssigkeitsschicht von unten im Gravitationsfeld erwärmt wird. Bei geringer Temperaturdifferenz mit der Oberfläche wird die Wärme durch Wärmeleitung transportiert, die viskosen Kräfte gewinnen und die Flüssigkeit bleibt in Ruhe. Erreicht der Kontrollparameter der Temperaturdifferenz einen kritischen Wert, beginnt ei-

ne makroskopische Rollbewegung der Flüssigkeit. Dieses geordnete dynamische Muster von Konvektionsrollen wird also durch äußere Energiezufuhr jenseits des thermischen Gleichgewichts aufrechterhalten. Es kommt zu einer räumlichen *Symmetriebrechung* der beiden möglichen Rollrichtungen, die sich aufgrund geringster Anfangsfluktuationen aufbauen und daher nicht vorausgesagt werden können. Anschaulich läßt sich ein Bifurkationsschema angeben, in dem der thermodynamische Zweig minimaler Entropieerzeugung instabil wird und zwei mögliche stationäre (lokale) Ordnungsmuster auftreten können — die links- oder rechtsdrehenden Konvektionsrollen. Treibt man die Erwärmung noch weiter und damit das System immer weiter fort vom thermischen Gleichgewicht, entstehen zunächst quasi-oszillierende Wirbel und schließlich völlig irreguläre und chaotische Strömungen. Die nichtlinearen Gleichungen des Bénard-Experiments wurden von E. N. Lorenz (1964) auch verwendet, um die Dynamik des *Wettlers* und der *Atmosphäre* zu modellieren.

Allgemein verstehen wir unter *offenen* („dissipativen“) Systemen solche komplexen Systeme, die im Stoff- und Energieaustausch mit ihrer Umwelt sind. Ihre Dynamik genügt einer Gleichung

$$\dot{z} = f(z, \alpha) + F(t),$$

wobei zukünftige Zustände nichtlinear vom Gegenwartszustand z und einem Kontrollparameter α für Stoff- und Energieaustausch abhängen. $F(t)$ steht für innere oder äußere Fluktuationen des Systems. Für einen Kontrollwert α_0 sei der zugehörige Zustand z_0 bekannt. Bei Änderung von α wird der alte Zustand z_0 instabil. Kleine Fluktuationen lösen kollektive Wechselwirkungen der Elemente aus, die sich in räumlichen Konfigurationen („Moden“) zeigen. Die Amplituden einiger Konfigurationen setzen sich durch und bestimmen einen neuen Gleichgewichtszustand. H. Haken (1983) bezeichnet diese Amplituden als *Ordnungsparameter*, die makroskopischen Strukturen und Mustern entsprechen. Bei weiterer Veränderung von α kann die Dynamik eines offenen Systems immer neue lokale Gleichgewichtszustände einnehmen, die wieder instabil werden. Man denke etwa an die verschiedenen Oberflächenmuster, die ein Fluß hinter einem Brückenpfeiler in Abhängigkeit von der steigenden Flußgeschwindigkeit als Kontrollparameter bilden kann. Sie reichen von einem homogenen (Fixpunkt-)Zustand über oszillierende und quasi-oszillierende Wirbel bis zur chaotischen Strudelbildung. I. Prigogine u.a. sprechen von den *Attraktoren* eines dissipativen Systems, das vom thermodynamischen Gleichgewicht immer weiter fortgetrieben wird [36]. Die entsprechenden Phasenübergänge werden auch als *dissipative Selbstorganisation* bezeichnet [26].

Die Beschreibung der makroskopischen Dynamik durch Ordnungsparameter bedeutet eine erhebliche *Reduktion von Komplexität* gegenüber der Mikroebene. Die Anzahl der Ordnungsparameter ξ_1, \dots, ξ_m ist nämlich i.a. wesentlich kleiner als die Anzahl der Mikrozustände (z.B. einzelner Moleküle) $z_1(t), \dots, z_n(t)$, die den Gesamtzustand $\mathbf{z}(t)$ eines komplexen Systems auf der Mikroebene bestimmen. In seinem Konzept der *Synergetik* spricht Haken (1983) anschaulich von einer ‚Versklavung‘ der Mikrozustände $z_i(t) = f_j(\xi_1, \dots, \xi_m)$ durch die Ordnungsparameter in der Nähe von Instabilitätspunkten. Dabei unterscheidet sich

die Zeitskalierung auf der Makro- und Mikroebene insofern, als Ordnungsparameter nach Störungen langsamer relaxieren als die sich rasch verändernden Mikrozustände.

In seinem Beitrag *Synergetik: Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft* erinnert Hermann Haken an die Entstehung seines Synergetik-Konzepts aus dem Geist von Komplexität und nichtlinearer Dynamik und fragt nach der Reichweite von Synergetik für zukünftige Forschung. Jürgen Kurths, Norbert Seehafer und Frank Spahn zeigen in ihrem Beitrag, wie das *interdisziplinäre Fachgebiet der nichtlinearen Dynamik* heute Mathematik und Physik mit anderen Naturwissenschaften verbindet. Holger Kantz analysiert die Methode der *nichtlinearen Zeitreihenanalyse in der Physik* auf ihre Anwendungsmöglichkeiten und -grenzen hin. Eiichi R. Nakamura und T. Mori fragen nach *vereinheitlichten Grundprinzipien der Komplexität*, aus denen die Selbstorganisation komplexer Systeme in Analogie zu den vereinheitlichten Prinzipien der Quantenfeldtheorien abgeleitet werden könnte.

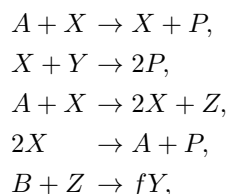
3 Komplexe Systeme in der Chemie

In der Chemie kann wie in der Physik die Entstehung von Ordnung in komplexen Systemen in der Nähe und fern des thermischen Gleichgewichts unterschieden werden. *In der Nähe des thermischen Gleichgewichts* geht es z.B. um die Entstehung von Kristallen und Festkörpern. Molekulare Bausteine können sich nahe dem Gleichgewicht nach chemischen Schablonen zu Riesenmolekülen gruppieren (z.B. Polyoxometallate, Fullerene, Dendrimere) [35] [30]. In der *supramolekularen Chemie* werden bereits molekulare Selbstorganisationsprozesse in der Nähe des thermischen Gleichgewichts ausgenutzt, um hochkomplexe Molekülaggregate im Nanobereich zu erzeugen. Dabei werden kugelförmige geschlossene Strukturen ebenso gebildet wie Gitter-, Leiter- und Spiralstrukturen, die der Erbsubstanz DNA ähneln. Mit einer relativen Molekülmasse von 24000 sind manche dieser Gebilde mit Proteinen und anderen biologischen Makromolekülen vergleichbar. Wegen ihrer optischen, elektrischen, magnetischen oder supraleitenden Effekte werden diese Riesenmoleküle gezielt für die Materialforschung und Pharmazie untersucht. Diese Effekte entsprechen *makroskopischen Ordnungszuständen* des Gesamtsystems analog zur Magnetisierung eines Ferromagneten, die aus den einzelnen Bausteinen des komplexen Systems nicht ableitbar sind. Achim Müller und Peter Kögerler zeigen in ihrem Beitrag, wie sich *chemische Strukturen mit zunehmender Größe und Komplexität aus einfachen Bausteinen* in der Nähe des thermischen Gleichgewichts bilden.

Im thermischen Gleichgewicht sind die Entropieerzeugung, die Flüsse und die Kräfte chemischer Reaktionen jeweils gleich Null. In der Nähe des Gleichgewichts, wo die thermodynamischen Kräfte schwach sind, hängen die Flüsse linear von den Kräften ab. Nach Onsager und Prigogine gilt hier deshalb die *lineare Thermodynamik*, nach der in Gleichgewichtsnähe stationäre Zustände durch minimale Entropieerzeugung entstehen. Es handelt sich dann also um konservative molekulare Selbstorganisation.

In *offenen (dissipativen) chemischen Systemen* können Phasentübergänge wie in der Physik zu immer komplexeren makroskopischen Mustern stattfinden, die durch nichtlineare chemische Reaktionen in Abhängigkeit von einer äußeren Zu- und Abfuhr von Stoffen („Kontrollparameter“) ausgelöst werden. So treten bei der *Belousov-Zhabotinski („BZ“)-Reaktion* konzentrisch pulsierende Ringe auf, wenn von außen energiereiche Substanzen bis zu einem kritischen Kontrollwert zugeführt werden. Es handelt sich um ein dissipatives dynamisches Ordnungsmuster eines offenen Systems, das bei einem kritischen Kontrollwert von außen aufrechterhalten werden muß. Der Wettbewerb der isolierten Ringe veranschaulicht die *Nichtlinearität* dieses Prozesses, da bei Linearität die Wellen sich wie in der Optik überlagern („superponieren“) würden [17]. Auch in diesem Fall kann das System durch Zufuhr von Energie immer weiter vom thermischen Gleichgewicht fortgetrieben werden, bis schließlich völlig irreguläre und chaotische Muster auftreten.

Im chemischen Reaktionsschema treten Nichtlinearitäten als *autokatalytische* Prozesse auf, z.B. im vereinfachten Modell des Oregonators einer BZ-Reaktion der dritte Schritt mit bromiger Säure $X = HBrO_2$ [39]:



wobei die variablen Stoffe $X = HBrO_2$, $Y = Br^-$, $Z = Ce^{4+}$, $P = HOBr$ und die konstanten Stoffe $A = BrO_3^-$ und $B = BrMS$ sind. In der Sprache der Mathematik erhalten wir drei *nichtlineare Differentialgleichungen* für die Stoffkonzentrationen von X , Y und Z mit Geschwindigkeitskonstanten k_i der i -ten Reaktionsgleichung:

$$\begin{aligned} \dot{c}_X &= k_1 c_A c_Y - k_2 c_X c_Y + k_3 c_A c_X - 2k_4 c_X^2, \\ \dot{c}_Y &= -k_1 c_A c_Y - k_2 c_X c_Y + f k_5 c_B c_Z, \\ \dot{c}_Z &= k_3 c_A c_X - k_5 c_B c_Z. \end{aligned}$$

Die Phasentübergänge der BZ-Reaktion zeigen sich in typischen *Zeitreihen* mit periodischen Mustern bis zum Chaos. Eine Fourier-Analyse liefert die entsprechenden *Energiespektren* der Zeitreihen. Chemische Oszillationen, wie sie bei der BZ-Reaktion auftreten, lassen sich durch Trajektorien darstellen, die im *Phasenraum* in einen *Grenzzzyklus* münden. *Poincaré-Ebenen* im Phasenraum schneiden Grenzzyklen transversal. Ihre Auftreffpunkte werden daher durch *Differenzgleichungen* berechnet, die nachfolgende Punkte aufeinander abbilden. Chaotische Trajektorien, die aus chaotischen Zeitreihen entstehen, erzeugen *fraktale* Punktfolgen auf den Poincaré-Ebenen. Poincaré-Ebenen haben eine Dimension weniger als der sie umgebende Phasenraum. Daher bedeutet das Studium nichtlinearer Dynamik an Poincaré-Ebenen durch Differenzgleichungen auch eine *Reduktion von Komplexität* gegenüber der Analyse von Trajektorien im Phasenraum durch Differentialgleichungen. Nicht nur in der Chemie ist es häufig ein

großes Problem, in den gemessenen Zeitreihen *Chaosattraktoren* zu erkennen. Manchmal zeigen die Punktwolken auf Poincaré-Ebenen auch nur eine statistisch verrauschte Dynamik. Zur Unterscheidung von deterministischem Chaos und Zufallsrauschen müssen daher weitere Maße wie z.B. Lyapunov-Exponent und Korrelationsintegrale hinzugezogen werden [40].

Die Komplexität chemischer Reaktionen fern des thermischen Gleichgewichts läßt sich durch *Bifurkationsdiagramme* veranschaulichen. In einem kritischen Abstand vom Gleichgewichtspunkt wird der thermodynamische Zweig der minimalen Energieproduktion (*lineare Thermodynamik*) instabil und verzweigt sich zu neuen möglichen lokal stabilen Zuständen (*Symmetriebrechung*). Damit beginnt die *nichtlineare Thermodynamik des Nichtgleichgewichts* wie z.B. der Grenzyklus einer chemischen Oszillation. Treibt man die nichtlinearen Reaktionen immer weiter vom Gleichgewichtszustand, entsteht ein zunehmend komplexeres Verzweigungsschema mit neuen möglichen lokalen Gleichgewichtszuständen bis hin zum Chaos.

4 Komplexe Systeme in der Biologie

Offene physikalische und chemische Systeme realisieren also Eigenschaften, die wir auch lebenden Systemen zuschreiben. Es findet ein Stoff- und Energieaustausch (‚Metabolismus‘) mit der Umwelt statt, der das System von Tod und Erstarrung im thermischen Gleichgewicht fern und die Ordnung des Systems aufrecht erhält. Die Ordnungen entstehen durch ‚Selektion‘ und ‚Kooperation‘ der Systemteile bei geeigneten Bedingungen. Geringste Fluktuationen (‚Mutationen‘) können zu globalen Veränderungen des Gesamtsystems führen. Im Unterschied zu den Mustern dissipativer Systeme in Physik und Chemie brechen aber z.B. lebende Zellen und Organismen nicht spontan zusammen, wenn die Stoff- und Energiezufuhr kurzfristig unterbrochen wird. Konservative Strukturen in (teilweise) abgeschlossenen Systemen sind also für die Lebenserhaltung ebenfalls unerlässlich.

Für die Erklärung von Lebensentstehung und Lebenserhaltung reichen die Gesetze der Thermodynamik allerdings nicht aus. Bei der zellulären Selbstorganisation sind die Anweisungen für den Aufbau des Systems in den Bausteinen selbst (d.h. der molekularen DNS-Struktur der Zelle) verschlüsselt. Man spricht daher auch von einer *genetisch kodierten Selbstorganisation der biologischen Evolution* im Unterschied zur *thermodynamischen Selbstorganisation*. In der präbiotischen Evolution geht es um die spannende Frage, wie die thermodynamische Selbstorganisation physikalischer und chemischer Systeme nahe und fern des thermischen Gleichgewichts schließlich den Weg zur kodierten Selbstorganisation der biologischen Evolution fand. Die thermodynamische Selbstorganisation liefert nur die physikalischen und chemischen Rahmenbedingungen für die genetische Selbstreplikation von Nukleinsäuren und Proteinsynthesen. Sie verwendet *autokatalytische* Prozesse, die im (vereinfachten deterministischen) Modell des Hyperzyklus nach M. Eigen (1971) durch *nichtlineare Differentialgleichungen* 1. Ordnung für chemische Konzentrationen c_i für Stoffe i, j, k, \dots beschrieben

werden:

$$\dot{c}_i = (a_i + b_{ij}c_j)c_i + c_{ik}c_k.$$

Der Term $b_{ij}c_jc_i$ entspricht der Synthese von i durch den Katalysator j . Von den instabilen Moden wird diejenige mit der schnellsten Wachstumsrate selektiert. Mutationen können durch Fluktuationsterme und stochastische Modelle berücksichtigt werden. Das hypothetische Schema des Hyperzyklus zeigt die wachsende Komplexität vom Makromolekül zur integrierten Zellstruktur [8]. In seinem Beitrag *Beherrschung von Komplexität in der molekularen Evolution* beschreibt Peter Schuster die Komplexe Dynamik molekularer Evolution und gibt einen Ausblick auf künftige Forschungsstrategien.

Vom Standpunkt komplexer Systeme ist die *biologische Evolution* der Arten durch eine rückgekoppelte Dynamik von Genotyp, Phänotyp und Population bestimmt. Danach wäre der *Genotyp* ein komplexes System von Genen auf der Mikroebene, aus dem sich auf der Makroebene der *Phänotyp* eines Organismus mit makroskopischen Eigenschaften wie z.B. Gestalt und Größe als *genetischen Ordnungsparametern* entwickelt. *Populationen* sind komplexe Systeme von Organismen, deren Selektion wieder auf den Genpool zurückwirken kann. Viele der dabei wirkenden Mechanismen sind zwar heute noch unbekannt. Mathematische Modelle mit komplexen dynamischen Systemen könnten aber präzisierete Konzepte liefern, die in der empirischen biologischen Forschung überprüft, weiterhelfen oder verworfen werden.

Ein häufiger Ansatz besteht darin, die genetische Fitness von Populationen im *Genomraum* (als biologischem ‚Phasenraum‘) durch Anpassung an lokale Fitnesslandschaften (als biologischer ‚Potentialfläche‘) mit gekoppelten Differentialgleichungen zu modellieren. Jeder Organismus des Modells habe einen Genotyp aus N Genen mit je 4 Genformen. Dann gibt es 4^N Genotypen. Sie spannen eine $4N$ -dimensionalen Genomraum auf. Sei x_i die Population eines Organismus mit Genotyp i . Alle Populationen befinden sich im Ressourcenkampf um eine gemeinsame Umwelt. Die Evolution der x_i im Genomraum wird durch die Differentialgleichungen

$$\dot{x}_i = a_i x_i - b \sum_j x_j x_i + \sum_\nu m(t) x_\nu$$

modelliert, wobei j irgendein Organismus sei und Organismus ν sich von i durch nur ein Gen unterscheidet [42]. Der Fitnesskoeffizient a_i von i berücksichtigt das Gleichgewicht von Reproduktion, Tod und Mutation zu benachbarten Genomen. Der erste Summenterm bezieht sich auf den Ressourcenkampf von i mit allen j . Der zweite Summenterm soll das Wachstum der Population aufgrund von Mutationen durch Organismen benachbarter Genome berücksichtigen. Die Amplitude dieses Terms ist proportional zur Größe $m(t)$, die um eine Durchschnittsrate m (klein relativ zu a_i) fluktuiert. Weitergehende Ansätze modellieren die Evolution neuer Arten durch *nichtlineare Differentialgleichungen* für *Phasenübergänge des Nichtgleichgewichts*, die formal mit den Lasergleichungen übereinstimmen [15]. Mutationen entsprechen den ‚fluktierenden Kräften‘, Selektionen den ‚treibenden Kräften‘. Solche Gleichungen bestimmen Klassen von möglichen Bifurkationsbäumen als Evolutionsschemata mit Fluktuationen (‚Mutationen‘) in den

Verzweigungen und treibenden Kräften in den Entwicklungsästen der Arten. Wie in anderen Modellen auch, lassen sich aber bestenfalls nur mögliche Evolutions-szenarien mit lokalen Gleichgewichten angeben und nicht die historisch einmalige biologische Evolution. Dazu bedarf es sorgfältiger empirischer Forschung der Evolutionsbiologie.

Zur Modellierung von *Zelldifferenzierungen* liegen bemerkenswerte Anwendungen von komplexen dynamischen Systemen vor. So entsteht der Schleimpilz durch Phasenübergänge aus einem komplexen System von Amöbenzellen. Der *Kontrollparameter* ist die Nahrungszufuhr der Zellen. Bei kritischen Werten senden die Zellen untereinander chemische Signalwellen (cAMP) aus. Sie führen zu makroskopischen Aggregationen des Organismus. Der *Ordnungsparameter* wird durch das morphogenetische Feld chemischer Signale bestimmt. Die Phasenübergänge lassen sich durch *nichtlineare Reaktions- und Diffusionsgleichungen* modellieren. Bei geeigneter Interpretation erlaubt dieser Gleichungstyp die Beschreibung von komplexen Mustern bei Pflanzen und Tieren. Allerdings kann dasselbe Muster durch eine ganze Klasse von Differentialgleichungen mit unterschiedlichen chemischen und biologischen Wechselwirkungen hervorgerufen werden. Nur Beobachtung und Experiment können zwischen diesen Gleichungen entscheiden. Hans Meinhardt zeigt im Modell und Experiment, wie *nichtlineare Selbstverstärkung als treibende Kraft in der biologischen Musterbildung* auftritt.

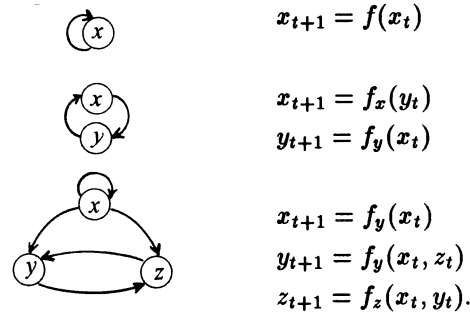
Auch das ökologische Zusammenleben von Populationen läßt sich mit komplexen dynamischen Systemen erfassen. *Ökologische Systeme* sind nämlich komplexe offene Systeme von Pflanzen oder Tieren, die in gegenseitigen (nichtlinearen) Kopplungen (Metabolismus) mit ihrer Umwelt fern des thermischen Gleichgewichts leben. So kann die Symbiose zweier Populationen mit ihrer Nahrungsquelle durch drei gekoppelte Differentialgleichungen modelliert werden, die bereits Lorenz in der Meteorologie verwendete. Bekannt sind die nichtlinearen Wechselwirkungen einer Raubtier- und einer Beutetierpopulation, die von den italienischen Mathematikern Lotka und Volterra mit zwei gekoppelten Differentialgleichungen beschrieben wurden. Die Dynamik dieser gekoppelten Systeme hat stationäre Gleichgewichtspunkte. Ihre Attraktoren sind periodische Oszillationen bzw. Grenzzyklen. Bei dissipativen Systemen kann die nichtlineare Populationsdynamik immer weiter vom thermischen Gleichgewicht fortgetrieben werden, bis irreguläre Turbulenz und Chaos auftreten.

5 Komplexe Evolution in der Informatik

Die bisherigen Beispiele zeigen bereits, daß die Untersuchung von nichtlinearer Dynamik und Chaos in komplexen Systemen wesentlich auf den Computer angewiesen ist. Historisch gehen ja viele Prinzipien bis auf die Jahrhundertwende zurück. Aber erst Visualisierung und Computerexperimente mit heutiger Rechnertechnologie machen den Forschungsboom und die Popularität verständlich, die unser Forschungsgebiet heute auszeichnet. Bereits Leibniz (1714) formulierte die für die Naturforschung folgenschwere Vision, wonach die mehr oder weniger komplexen Systeme der Natur als mehr oder weniger komplexe Automaten zu verstehen seien. In seiner *Monadologie* (§ 64) heißt es: „So ist jeder organische

Körper eines Lebewesens eine Art von göttlicher Maschine oder natürlichem Automaten, der alle künstlichen Automaten unendlich übertrifft.“ Leibniz sieht eine Hierarchie von Komplexitätsgraden für Automaten vor, die bis zu unendlichen Maschinen reichen. In moderner Lesart könnte man unter einer unendlichen Maschine eine Turing-Maschine mit unbegrenzten Speichermöglichkeiten (d.h. mit einem unendlichen Band) verstehen. Dann würde Leibnizens Zitat in das Zentrum der modernen *Artificial Life*-Forschungen treffen: *Sind dynamische Systeme von der Komplexität lebender Organismen auf (universellen) Turing-Maschinen simulierbar?*

Der Zusammenhang zwischen dynamischen Systemen, wie sie in den Naturwissenschaften untersucht werden, und Automaten läßt sich jedenfalls mathematisch präzisieren. Wie in den vorherigen Abschnitten gezeigt wurde, ist die Dynamik eines komplexen Systems durch Differentialgleichungen wie z.B. (vereinfacht) $\dot{x} = f(x)$ mit kontinuierlichen Variablen x und kontinuierlichem Zeitparameter t bestimmt. Häufig genügt die Untersuchung von *Differenzgleichungen* (z.B. an einer Poincaré-Ebene im Phasenraum) $x_{t+1} = f(x_t)$ mit kontinuierlichen Variablen x_t , aber diskretem Zeitparameter $t = 0, 1, 2, \dots$. Werden auch die kontinuierlichen Variablen durch diskrete (z.B. binäre) Variablen ersetzt, so erhält man Funktionsschemata von *Automaten* mit Funktionsargumenten als Inputs und Funktionswerten als Outputs wie z.B.:



Diskrete Vereinfachungen von atomaren, molekularen und zellulären Zuständen genügen häufig, um die hochgradige Nichtlinearität einer Systemdynamik im Computermodell zu simulieren. Ein erfolgreicher Ansatz sind die *zellulären Automaten*. Es handelt sich um komplexe Systeme aus vielen Zellen mit endlich vielen Zuständen, die man sich anschaulich als Quadrate eines Schachbretts mit unterschiedlichen Färbungen vorstellen kann. Der Anfangszustand eines 1-dimensionalen (*linealen*) Automaten [43] ist durch die endlich vielen k Zustände der Zellen der 1. Reihe des Schachbretts bestimmt (z.B. $k = 2$ für die binären Zustände ‚schwarz‘ (1) und ‚weiß‘ (0)). Der Nachfolgezustand einer Zelle in der nachfolgenden Reihe hängt von den Zuständen der vorausgehenden Zelle und ihrer Nachbarzellen ab.

Allgemein legt die *Umgebungsfunktion* $2r + 1$ Zellen fest, also für $r = 1$ im einfachsten Fall drei Zellen mit einer vorausgehenden Zelle und zwei Nachbarzellen. Je nach Anzahl der Zustände und Nachbarschaftszellen ergeben sich einfache *lokale Regeln*, mit denen die diskrete zeitliche Entwicklung Reihe für Reihe festgelegt wird. Für $r = 1$ und $k = 2$ ergeben sich $2^3 = 8$ mögliche Verteilungen der Zustände 0 und 1 auf $2 \cdot 1 + 1 = 3$ Zellen, also z.B. die Regeln:

$$\frac{111}{0} \quad \frac{110}{1} \quad \frac{101}{0} \quad \frac{100}{1} \quad \frac{011}{1} \quad \frac{010}{0} \quad \frac{001}{1} \quad \frac{000}{0}.$$

Ein Automat mit diesen Regeln hat die Codenummer 01011010 oder (in dezimaler Schreibweise) 90. Allgemein wird die *Dynamik* eines zellulären Automaten durch die Regeln

$$x_{t+1}^{(i)} = f \left(x_t^{(i-r)}, x_t^{(i-r+1)}, \dots, x_t^{(i+r)} \right)$$

definiert. Sie legen die Wechselwirkungen der Elemente dieses komplexen Systems fest. Es ist erstaunlich, welche makroskopisch (,global‘) komplexen Muster solche einfachen mikroskopischen (,lokalen‘) Regeln mit der Zeit erzeugen können. So produziert der zelluläre Automat mit der Codenummer 90 die komplexe Pigmentierung einer Seemuschel. Bei einem dynamischen System wird diese *biologische Musterbildung* durch nichtlineare Diffusions-Reaktionsgleichungen verwirklicht [33].

Bei einem *2-dimensionalen zellulären Automaten* hängen die Zustände der Zellen von den Nachbarzellen in der Ebene ab. So ist z.B. bei der Kreuzform der von-Neumann-Umgebung jede Zelle ein Automat mit 5 Inputs der 4 benachbarten Zellen und dem Zellzustand selber. Damit läßt sich das *dendritische Wachstum von Kristallen* simulieren. Bei der Entstehung einer Schneeflocke aus einer kalten Kernzelle folgen die Dendriten den kälteren Zonen in einer umgebenden Flüssigkeit. Die lokale Regelanwendung berücksichtigt den dabei auftretenden Vorgang der Wärmedissipation. Der zelluläre Automat simuliert also die natürliche Dynamik im diskreten Modell.

Oszillierende Ringwellen und Spiralen in erregbaren Medien, wie sie z.B. in der Chemie bei der *BZ-Reaktion* auftreten, lassen sich ebenfalls durch zelluläre Automaten simulieren. In diesem Fall sind für die Zellen die drei Zustände ,erregt‘, ,refraktär, nicht erregbar‘ und ,nicht erregt, aber erregbar‘ zu unterscheiden [19]. Entsprechende Regeln beschreiben die Entwicklung und Oszillation solcher Wellen durch Abfolge dieser Zustände über ein schachbrettartiges Feld. Eine bemerkenswerte Anwendung liefert auch die *Kardiologie* [38]. Etabliert sich im Herzmuskel aufgrund von geschädigtem und nicht mehr erregbarem Gewebe eine Spiralwelle, so wird die Ausbreitung von Aktionspotentialen stark beeinträchtigt. Spiralwellen sind lebensbedrohlich und können Herzkammerflimmern auslösen. Man versucht sie daher etwa durch Defibrillation zu löschen. Im Modell eines zellulären Automaten läßt sich die Entstehung einer Spiralwelle an einem Hindernis genau studieren.

Bereits John von Neumann bewies in den 50er Jahren, daß zelluläre Automaten unter bestimmten Voraussetzungen in der Lage sind, einzelne Lebenskriterien wie z.B. die *Selbstreproduktion* zu simulieren. Allerdings scheiterte eine technische Realisation lange an von Neumanns starker Forderung, daß sich

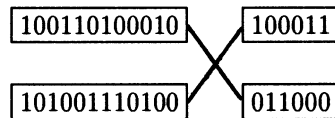
selbstreproduzierende Automaten die Komplexität einer universellen Turing-Maschine haben sollten. In der präbiologischen Evolution hatten die ersten sich selbst reproduzierenden Makromoleküle und Organismen sicher nicht den Komplexitätsgrad eines solchen Supercomputers. Daher entwickelte C. G. Langton (1986) einfachere zelluläre Automaten ohne die Fähigkeit universeller Berechenbarkeit, die sich spontan in bestimmten Perioden wie Organismen reproduzieren können. Anschaulich erinnern ihre PC-Bilder an einfache zelluläre Organismen mit kleinen Schwänzen, aus denen sich ähnliche kleine Organismen bilden. Schließlich bedeckt eine Kolonie solcher Organismen den Bildschirm. Während sie sich an den Außenrändern reproduzieren, werden die mittleren bei der Selbstproduktion von ihren eigenen Nachkommen blockiert. Wie bei einem Korallenriff bilden sie ein totes zelluläres Skelett, auf dem das *virtuelle* Leben weitergeht. Die *Zelldifferenzierung* eines wachsenden Organismus läßt sich im dynamischen System durch nichtlineare Differentialgleichungen (Diffusions- und Reaktionsgleichungen) für wachstumsfördernde und hemmende Stoffe simulieren. Mit Lindenmayer-Algorithmen kann virtuelles Wachstum im Computer erzeugt werden (z.B. für Gametophyten des Farns *Miscrosorium linguaeforme*). Entsprechende PC-Bilder zeigen eine verblüffende Ähnlichkeit mit Fotos des biologischen Organismus.

Mit zellulären Automaten und *genetischen Algorithmen* [18] lassen sich auch wesentliche Aspekte der *Evolution* simulieren. Die Codenummer eines Automaten mit ihren verschlüsselten Befehlen wird als *Genotyp eines virtuellen Organismus* verstanden: z.B.

100110100010100011

101001110100011000

Der *makroskopische Phänotyp* dieses virtuellen Organismus zeigt sich in den zellulären Mustern, die bei unterschiedlichen Anfangsbedingungen erzeugt werden. Zufälliger Austausch von 0 und 1 (z.B. durch einen Würfelmechanismus) entspricht einer *Mutation*. Verschiedene *Rekombinationen* von Teilsträngen der Codenummern sind zugelassen: z.B.



In jeder Generation werden die erzeugten Automaten danach selektiert, wie sie am besten bestimmte Probleme gelöst haben. ‚Survival of the fittest‘ kann z.B. in *Klassifikationsaufgaben* bestehen: Ein Automat muß entscheiden, ob mehr als 50% der Zellen einer zufällig gewählten Anfangsbedingung im Zustand 1 (‚schwarz‘) sind oder nicht. Falls das zutrifft, strebt der Automat in einen Gleichgewichtszustand, in dem alle Zellen im Zustand 1 sind. Im anderen Fall strebt er

in einen Gleichgewichtszustand, in dem alle Zellen im Zustand 0 sind. Die *Evolution einer Automatenpopulation* bedeutet also, daß genetische Algorithmen mit Mutation, Rekombination und Selektion zur Optimierung von Automatenpopulationen führen. Im Beispiel ergeben sich bei einem Automatentyp mit $r = 3$ und $k = 2$ insgesamt 2^7 mögliche Verteilungen der Zustände 0 und 1 auf $2 \cdot 3 + 1 = 7$ Zellen, also 128 Regeln pro Automat und $2^{2^7} = 2128$ Automaten. Diese großen Automatenklasse erfordert einen *genetischen Algorithmus* der Optimierung, um z.B. die genannte Klassifikationsaufgabe zu lösen. Eine graphische Darstellung ihrer Evolution zeigt zunächst starke Verbesserung der *Fitnessgrade*, die schließlich in der 18. Generation in eine Sättigung übergehen [5].

Zelluläre Automaten lassen sich als diskrete Modelle kontinuierlicher dynamischer Systeme anwenden. Sie eignen sich daher für Computersimulationen komplexer Systemdynamik. Analog zu den *Phasenübergängen dynamischer Systeme* und ihren Attraktoren wurden aufgrund von Computerexperimenten vier Klassen linearer zellulärer Automaten mit verschiedenen Komplexitätsgraden unterschieden. *Automaten der 1. Klasse* erreichen schon nach wenigen Schritten unabhängig vom Anfangszustand einen Gleichgewichtszustand, von dem ab alle Zellen in Zukunft z.B. weiß bleiben. Es handelt sich also um einen Fixpunktattraktor. *Automaten der 2. Klasse* erzeugen längere periodisch-konstante Muster. Veränderungen der Anfangsbedingungen haben nur geringen Einfluß. *Automaten der 3. Klasse* produzieren sehr lange komplexe Muster mit lokalen Strukturen, die an organische Formen erinnern und empfindlich auf geringste Veränderungen der Anfangsbedingungen reagieren. *Automaten der 4. Klasse* erzeugen wieder kürzere Muster, die aber in chaotisch-irreguläre („fraktale“) Verteilung der Zellzustände übergehen. Sie entsprechen also Chaos. Abweichend von Wolframs (1984) ursprünglicher Einteilung wurden die vier Automatenklassen in einer Reihenfolge genannt, die einen Phasenübergang von immer komplexer werdenden Strukturen bis zu Chaos nahelegt.

Von komplexen dynamischen Systemen wissen wir, daß sich lebende Organismen einerseits von der Erstarrung in zuviel Ordnung im thermischen Gleichgewicht fernhalten müssen, aber andererseits auch nicht in zuviel Chaos auflösen dürfen. Das würde den *Komplexitätsgraden von zellulären Automaten* als Simulationen dynamischer Systeme entsprechen. Systeme *fern des thermischen Gleichgewichts, aber am Rande des Chaos* haben den höchsten Komplexitätsgrad. Systeme mit hochgradiger Regularität wie z.B. Kristalle in der Nähe des thermischen Gleichgewichts oder Systeme mit chaotischer Irregularität wie Moleküle in einem Gas haben geringe Komplexität. Lebende und lernende Organismen wie das hochstrukturierte Molekülsystem der DNA oder das hochausdifferenzierte menschliche Gehirn hätten die höchsten bekannten Komplexitätsgrade fern von der Erstarrung der Systeme der 1. Klasse, jenseits auch der periodischen Oszillationen der 2. Klasse wie z.B. bei der BZ-Reaktion, aber im kritischen Phasenübergang der 3. Klasse am Rande des Chaos der 4. Klasse. Es muß allerdings betont werden, daß der vermutete Zusammenhang dieser Automatenklassifikation mit dem kritischen Phasenübergang dynamischer Systeme bisher auf *Computereperimenten* mit ausgewählten zellulären Automaten beruht und bestenfalls einem wahrscheinlichen Verhalten zellulärer Automaten am Rande

des Chaos entspricht [34] [14]. Allerdings zeigt Nakamura in seinem Beitrag für dieses Buch, daß auch das Versklavungsprinzip der Synergetik durch zelluläre Automaten simuliert werden kann.

6 Komplexe Systeme in Gehirnforschung und Neuroinformatik

Eine der aufregendsten fachübergreifenden Anwendungen komplexer Systeme ist das menschliche Gehirn. Dazu wird das Gehirn als ein *komplexes System von Nervenzellen* (Neuronen) aufgefaßt, die über Synapsen elektrisch oder neurochemisch wechselwirken und sich zu Aktivitätsmustern („cell assemblies“) verschalten können. Die Dynamik von Gehirnzuständen läßt sich dann durch Gleichungen von (makroskopischen) *Ordnungsparametern* modellieren, die solchen neuronalen Verschaltungsmustern entsprechen. Dabei werden verschiedene empirische Meßverfahren eingesetzt. Darüber berichten Zbigniew Kowalik und Theodor Leiber.

Bei *EEG-Aufnahmen* mißt ein *komplexes System von Elektroden* i ($1 \leq i \leq n$) lokale Gehirnzustände z_i mit elektrischen Potentialen. Der Gesamtzustand $z(t) = (z_1, \dots, z_n)$ eines Patienten (z.B. mit petit-mal-Epilepsie) auf der Mikroebene läßt sich durch lokale Zeitreihen an den Elektrodenorten bestimmen. Die *Zeitreihen* zeigen bei diesen Patienten i.a. zyklische Wellen mit drei charakteristischen Spitzen pro Sekunde. Während eines solchen Zyklus erzeugen die mikroskopischen Gesamtzustände $z(t)$ makroskopische elektrische Feldmuster, die sich in charakteristischer Form ausbreiten. Diese makroskopischen Muster lassen sich durch räumliche Moden ν_j und *Ordnungsparameter* („Amplituden“) ξ_j ($j = 1, 2, 3$) bestimmen, d.h.

$$z(t) = \xi_1(t)\nu_1 + \xi_2(t)\nu_2 + \xi_3(t)\nu_3.$$

Für die makroskopische Dynamik dieser Ordnungsparameter konnte im numerischen Computermodell ein *Chaosattraktor* im Phasenraum nachgewiesen werden [16]. Allerdings gilt auch für die Diagnose komplexer Gehirndynamik, daß es in der Medizin nicht nur um das Erkennen makroskopischer Ordnungsparameter geht. Erforderlich ist ebenso eine geeignete *medizinische Interpretation* dieser Größen als Krankheits- oder Gesundheitszustände.

Viele Neuronen sind nicht fest „verdrahtet“ wie die Schaltelemente auf einem Computerchip. Ihre synaptischen Verbindungen lassen sich neurochemisch verändern. Damit wird eine entscheidende Fähigkeit des Gehirns aus seiner stammesgeschichtlichen Evolution erklärbar — das *Lernen aufgrund von synaptischer Plastizität*. Nach einem Vorschlag von D. Hebb (1949) könnte eine Lernregel darin bestehen, daß häufig gemeinsam aktivierte Neuronen ihre Verbindung untereinander verstärken. Dadurch entstehen *synaptische Korrelationen* (Aktivitätsmuster) im Gehirn, die wiederum Korrelationen von Außenweltssignalen entsprechen. Bei solchen Mustern kann es sich um Worte, Klänge, Bilder oder ganze Situationen handeln. Gehirnphysiologisch wird der Vorgang so beschrieben: Wenn das Axon eines Neurons nahe genug an einem weiteren Neuron ist,

um es zu erregen, so führt eine gleichzeitige Aktivität zu einer Veränderung des Stoffwechsels einer der beiden Zellen, womit die neurochemische Intensität des Einflusses der Zellen aufeinander erhöht wird. So entstehen sich verändernde *komplexe Aktionsmuster von Gehirnregionen*, die sich z.B. in *PET (Positron-Emissions-Tomographie)-Aufnahmen* des Gehirns bei unterschiedlichen Wahrnehmungen, Bewegungen, Emotionen und kognitiven Leistungen (z.B. Sprechen, Lesen, Rechnen) in Echtzeit beobachten lassen.

Wenn man sich etwas merken und einprägen will, so wird das entsprechende Aktivitätsmuster im Gehirn festgehalten, indem der Sachverhalt wiederholt aktiviert wird. Dadurch verstärken sich nach der *Hebbschen Regel* die synaptischen Verbindungen zwischen den aktivierten Neuronen. Wenn man sich an etwas erinnern will, soll aus Teilen der vollständige Sachverhalt rekonstruiert werden. Diese Form der Mustervervollständigung („pattern recognition“) geschieht nach den Hebbschen Vorstellungen spontan, wenn ein Teil der Neuronen in einem gelernten Muster aktiviert wird. Analog, so hoffen Neurobiologen, lassen sich auch Gedankenassoziationen (z.B. kausale Verbindungen von Ursache und Wirkung bei wiederholten Ereignissen) erklären. Die *Lernregeln* sind also die Selbstorganisationsverfahren eines komplexen neuronalen Systems, nach denen sich die Systemteile (Neuronen) unter geeigneten Nebenbedingungen von selbst zu Ordnungsmustern verbinden. Zu ihrer Erklärung reicht allerdings weder die thermodynamische Selbstorganisation aus Physik und Chemie noch die genkodierte Selbstorganisation in der Biologie aus. Nur die Möglichkeit des *Lernens* ist in hochentwickelten Organismen (wie z.B. dem Menschen) mit dem Aufbau eines Nervensystems genetisch vorgegeben. Was wir lernen, wie wir Probleme lösen, wie sich unsere Gefühle, Gedanken und Einstellungen entwickeln, ist genetisch nicht im Einzelnen vorgegeben. Beim Lernen haben wir es daher mit einer neuen Form der *Selbstorganisation komplexer neuronaler Systeme* zu tun.

Die biologische Evolution hat im Laufe von Millionen von Jahren unterschiedlich komplexe neuronale Netzwerke und Lernverfahren entwickelt und ausgetestet. Seit wenigen Jahren untersucht die *Neuroinformatik* diese Bau- und Lernverfahren der Natur, um sie als ‚Blaupausen‘ für lernfähige technische neuronale Netze zu nutzen. In ihrem Beitrag stellen Christoph von der Malsburg und Lorenz Wiskott ein *sich selbst organisierendes System der Objekterkennung* vor, das sowohl als theoretisches Modell der Neurobiologie als auch als technisches neuronales Netz verstanden werden kann. Bereits anfangs der achtziger Jahre konstruierte der Festkörperphysiker J. Hopfield ein einschichtiges Netz von wechselwirkenden Neuronen, das wie ein physikalisches System (z.B. Ferromagnet) mit einer konstant abnehmenden Energiemenge verstanden werden kann. Um in einem Bild die Dynamik des Netzwerks zu veranschaulichen: Die einzelnen Neuronen gleichen einzelnen Menschen in einer Versammlung, die zunächst ‚energiegeladen‘ untereinander eine temperamentvolle Diskussion mit vielen Einzelmeinungen führen, um sich schließlich im Gleichgewichtszustand einer mehrheitlichen Entscheidung zu beruhigen, indem sich gewissermaßen die hitzigen Gemüter abgekühlt haben.

Die Dynamik des *Hopfield-Systems* ist dem Spinglas-Modell nachgebildet. Die energetische Wechselwirkung der magnetischen Atome mit zwei Spinzuständen

(,up‘ und ,down‘) wird nun als Wechselwirkung binärer Neuronen mit zwei Zuständen (,schwarz‘ und ,weiß‘) aufgefaßt. Dazu stellen wir uns ein schachbrettartiges Gitternetz aus binären Neuronen vor. Ein Muster (z.B. der Buchstabe A) wird im Gitternetz durch schwarze Punkte für alle aktiven Neuronen und weiße Punkte für inaktive Neuronen dargestellt. Die Prototypen der Buchstaben werden zunächst dem System ,eintrainiert‘, d.h. sie werden mit den lokalen Energieminima im Potentialgebirge des neuronalen Zustandsraums verbunden. Die Neuronen sind mit Sensoren ausgestattet, mit denen ein Muster wahrgenommen wird.

Bieten wir nun dem System ein verrauschtes und teilweise gestörtes Muster des eintrainierten Prototypen an, dann kann es den Prototypen in einem *Lernprozeß* wiedererkennen. Der Lernprozeß geschieht durch lokale Wechselwirkungen der einzelnen Neuronen nach den *Hebbschen Lernregeln*. Sind zwei Neuronen zur gleichen Zeit entweder aktiv oder inaktiv, so wird die synaptische Kopplung verstärkt. Bei unterschiedlichen Zuständen werden die synaptischen Gewichte verkleinert. Der Lernprozeß wird so lange durchgeführt, bis der gespeicherte Prototyp erzeugt („wiedererkannt“) ist. Der Lernprozeß entspricht also einem *Phasenübergang* zu einem Punktattraktor, der wie in einem Ferromagneten nahe dem thermischen Gleichgewicht ohne Zentralsteuerung durch Selbstorganisation geschieht.

Hopfield-Systeme arbeiten zwar *parallel*, aber *determiniert*. Der Lernprozeß kann daher in einem Tal des Potentialgebirges stecken bleiben, das nicht das tiefste im gesamten Netz ist. Hat z.B. eine Kugel ein Tal erreicht, dann lautet ein naheliegender Vorschlag, das gesamte System ein wenig zu schütteln, damit die Kugel das Tal verlassen kann, um niedrigere Minima einzunehmen. Starke oder schwache Schüttelbewegungen verändern die Aufenthaltswahrscheinlichkeit einer Kugel wie bei einem Gasmolekül, dessen Kollisionen durch Druck- und Temperaturveränderungen beeinflusst werden. Bei solchen *probabilistischen* Netzwerken spricht man daher auch nach dem Begründer der statistischen Mechanik und Thermodynamik von *Boltzmann-Maschinen*. Sie haben eine größere Nähe zu biologischen neuronalen Netzen, da sie sich als fehlertolerant gegenüber kleinen Störungen wie das menschliche Gehirn z.B. bei kleineren Unfallschäden erweisen.

Neuronale Netze nach dem Spinglasmodell sind an der *konservativen Selbstorganisation* komplexer Systeme nahe dem thermischen Gleichgewicht orientiert. Im Vordergrund steht die technisch erfolgreiche Lösung von Problemen, nicht die Modellierung des Gehirns. Das Gehirn ist nämlich ein lebendes System fern vom thermischen Gleichgewicht. *Synergetische Computer* orientieren sich daher an der *dissipativen Selbstorganisation* fern des thermischen Gleichgewichts. An die Stelle der ,Hidden Units‘ der Zwischenschicht treten Ordnungsparameter zur Charakterisierung makroskopischer Schaltmuster der Outputneuronen. In der nichtlinearen Wechselwirkung der Ordnungsparameter setzt sich i.a. einer durch und dominiert die makroskopische Dynamik. Solche Systeme erbringen teilweise Leistungen von Gehirnsystemen wie z.B. dem visuellen Cortex bei der Mustererkennung oder dem assoziativen Gedächtnis. Damit ist aber keineswegs gesagt, daß die Signalverarbeitung in entsprechenden Gehirnarealen ebenso abläuft wie

z.B. lasertechnische Wechselwirkungen in einem synergetischen Computer. Diese Frage muß die Neurochemie und Neurobiologie und kognitive Psychologie entscheiden. Hier setzen Michael A. Stadler und John-D. Haynes mit ihrer Untersuchung über *Physikalische Komplexität und kognitive Strukturerkennung* an. Synergetische Mustererkennung liegt auch den *Lehr-Lernprozessen des Bewegungssystems* zugrunde, die Karl-Heinz Leist untersucht.

7 Komplexe Systeme in Medizin und Psychologie

Der *menschliche Organismus* ist ein komplexes zelluläres System, in dem ständig labile Gleichgewichte durch Stoffwechselreaktionen aufrecht erhalten werden müssen. Das Netzwerk der Stoffwechselreaktionen einer einzigen Leberzelle zeigt, wie ausbalanciert die lokalen Gleichgewichte sein müssen, um die globalen Lebensfunktionen zu garantieren. *Gesundheit* als *medizinischer Ordnungsparameter* des Organismus beschreibt eine Balance zwischen Ordnung und Chaos [9]. Starre Regulation würde verhindern, auf Störungen flexibel zu reagieren. So funktioniert unser *Herz* nicht wie eine ideale Pendeluhr. Seine *nichtlineare Dynamik* ist ein gut untersuchtes Anwendungsgebiet komplexer Systeme in der Medizin. Dazu wird das Herz als ein komplexes zelluläres Organ aufgefaßt. Elektrische Wechselwirkungen der Zellen lösen Aktionspotentiale aus, die zu oszillierenden Kontraktionen (Herzschlag) als makroskopischen Mustern (‘Ordnungsparametern’) führen. Ein Elektrodiagramm ist eine *Zeitreihe* mit charakteristischen Spitzen für die Herzschläge. Um diese Dynamik zu studieren, müssen geeignete Kontrollparameter verändert werden. Am menschlichen Herzen sind solche experimentellen Untersuchungen in der Regel aus ethischen Gründen ausgeschlossen. Daher wird z.B. der Herzschlag eines Kückenembryos untersucht, dessen Rhythmus nach einer Stimulation kurzfristig versetzt wird, um dann wieder dem alten Muster zu folgen. Periodisch wiederholte Stimulationen verändern allerdings die intrinsischen Oszillationen der gemessenen *Zeitreihe*. Die dadurch entstehende Herzdynamik kann durch eine *Differenzgleichung*

$$\phi_{n+1} = g(\phi_n) + \tau(\text{mod}1)$$

erfaßt werden, wobei ϕ_n die Oszillationsphase der Herzzellen während der n -ten Stimulation, $g(\phi_n)$ die neue Phase nach der n -ten Stimulation und τ das Zeitintervall zwischen den Stimulationen ist [11]. ϕ liegt zwischen 0 und 1. Die beobachteten *Zeitreihen* und die entsprechende Differenzgleichung suggerieren auf der *Poincaré-Ebene* im Phasenraum eine Dynamik wie bei der logistischen Gleichung. Danach würde die Herzdynamik einen periodenverdoppelnden Kaskadenverlauf beginnen, der schließlich im Chaos als Zustand des Herzkammerflimmerns mündet.

Bei einer Verallgemeinerung dieses Befundes auf das menschliche Herz ist allerdings Vorsicht geboten. Viele *Zeitreihenanalysen* von Patienten zeigen andere Dynamiken. Wenn Herzschläge pro Minute oder Stunde untersucht werden, so schwankt zwar ihre Frequenz häufig unabhängig von der Zeitskalierung nach einem ähnlichen Muster. Kardiologen vermuten daher *fraktale* Strukturen. Könnte

man sie eindeutig in EKG-Kurven bestimmen und deuten, wären Risikopatienten besser zu behandeln. *Medizinische Diagnose* komplexer Herzdynamik bedeutet aber nicht nur Erkennen von makroskopischen Ordnungsparametern und Attraktoren. Diese Aufgabe genauer Messungen und mathematischer Analyse ist häufig schwierig genug. Zudem müssen die gefundenen Ordnungsparameter der Herzdynamik und ihre Attraktoren *medizinisch richtig gedeutet* werden. Chaos bedeutet nicht notwendig Krankheit und Tod, Regularität nicht Gesundheit. So zeigten Zeitreihen, Spektrum und Phasenportrait eines Patienten acht Tage vor Herzstillstand vollständig reguläres und periodisches Verhalten mit einem Stabilitätspunkt im Phasenraum. In der Kardiologie sind *fachübergreifende* Untersuchungen von Medizinern und Mathematikern notwendig, um komplexe Systeme als verlässliches Diagnoseinstrumentarium zu entwickeln [10]. Zbigniew Kowalik und Theodor Leiber erläutern *Voraussetzungen und Probleme nichtlinearer Zeitreihenanalysen in der Medizin*.

Solche Untersuchungen zeigen bereits, daß der Mensch als komplexer Organismus mit vielen zusammenhängenden labilen Gleichgewichten aufzufassen ist und nicht als auseinander- und zusammensetzbare Maschine nach dem Vorbild der klassischen Mechanik. Daher führt Uwe an der Heiden in seinem Beitrag den grundlegenden *medizinischen Begriff der dynamischen Krankheiten* ein. Bei Patienten mit dynamischer Systemerkrankung ist der Körper nicht mehr in der Lage, physiologische Gleichgewichte selbstständig auszubalancieren und weitvernetzte Koordinationen zu übernehmen. Auf der Makroebene sind neben dem Herzschlag die lebenserhaltenden Rhythmen der Atemfrequenz, der regelmäßigen Verdauung, der Hormonzyklen oder des Menstruationszyklus zu erwähnen. Jeder von uns kennt mittlerweile den Jet-Lag als flugbedingte Zeitstörung des Wachen-Schlafen-Rhythmus. Die *Ordnungsparameter* dieser makroskopischen Abläufe werden auf der Mikroebene durch viele biochemische Wechselwirkungen erzeugt, deren chemische Reaktionsgeschwindigkeiten aufeinander abgestimmt sind. Ein Beispiel für viele ähnliche komplexe Stoffkreisläufe ist der Zitratzyklus, der z.B. bei der Umwandlung von chemischer Energie in mechanische Muskelkraft eine Rolle spielt. So konnten B. Hess und M. Markus (1984) im Experiment durch geeignete Konzentrationsänderungen zeigen, wie sich die Periodizität der Schwingungen bis hin zum Chaos verändern läßt.

Die *Komplexität des menschlichen Organismus* ist von der organischen bis zur zellulären Ebene durch immer kleinere *Zeitkonstanten* bestimmt, deren lokale Störung globale Veränderungen des Organismus zur Folge haben können. Diese Zeitkonstanten vergrößern sich von den Reaktionsgeschwindigkeiten biochemischer Prozesse über Zellteilungszeiten, physiologische Perioden und Frequenzen bis zur Lebensdauer des gesamten Organismus. Viele dynamische Krankheiten erweisen sich daher auch als Zeitstörungen auf der Komplexitätsskala des Organismus. Letztlich ist ein Organismus in die *komplexen Zeitrhythmen der Natur* eingebettet. Die biochemischen Reaktionsgeschwindigkeiten hängen von den Zeitkonstanten der Chemie und Quantenphysik ab. Die organischen und physiologischen Kreisläufe hängen von der natürlichen Nahrungskette, der zivilisatorischen Umwelt und schließlich den großen kosmischen Rhythmen unseres Sonnensystems ab. Dynamische Systemerkrankungen bleiben aber nicht auf den

somatischen Bereich beschränkt. Die nichtlineare Dynamik des Gehirns führt zu neuen Erklärungsansätzen (z.B. Psychose) in der Psychiatrie, die H. M. Emrich, F. M. Leweke und U. Schneider untersuchen. Die praktischen Konsequenzen zieht Günter Schiepek in seinem Beitrag *Selbstorganisation in psychischen und sozialen Prozessen*: Nichtlineare und synergetische Modelle müssen sich überprüfbar in der Psychotherapie bewähren.

8 Komplexe Systeme in Soziologie und Ökonomie

Das Zentralnervensystem läßt sich als komplexe Population von Neuronen auffassen, zwischen denen Signale und Nachrichten transportiert werden. Entscheidend ist dabei, daß neuronale Systeme *nicht zentralgesteuert* und programmiert wie ein klassischer von-Neumann-Computer sind. Auch bei Tierpopulationen können komplexe nichtlineare Systeme zur Selbstorganisation von Ordnungszuständen führen, ohne daß sie zentral gesteuert werden. Ein lehrreiches Beispiel sind *staatenbildende Insekten* wie z.B. Ameisen. Ameisenstaaten scheinen auf den ersten Blick ein deterministisches System zu bilden, in dem die Aktivitäten der einzelnen Ameisen programmgesteuert ablaufen. Bei näherer Beobachtung jedoch führen die einzelnen Insekten viele Zufallsbewegungen (Fluktuationen) aus, während die Gesamtorganisation hochgradige Ordnungsstrukturen besitzt, die sich allerdings spontan ändern können. Eine stabile Ordnungsstruktur kann z.B. ein Spurennetz sein, das Ameisen von ihrem Nest zu Nahrungsquellen ihrer Umwelt aufbauen. Diese Transportnetze sind zugleich Signalnetze, in denen die einzelnen Tiere über chemische Botenstoffe kommunizieren. Eine Nahrungsquelle ist ein Beispiel für einen Attraktor der Populationsdynamik, in dem das System vorübergehend im Gleichgewicht mit seiner Umwelt ist. Wird durch zufällige Fluktuationen einzelner Tiere eine zweite Nahrungsquelle entdeckt, kann das alte Spurennetz instabil und ein neues aufgebaut werden. Das System schwankt zwischen zwei Attraktoren als zwei möglichen Zielzuständen, bis es zum Symmetriebruch kommt und sich ein Attraktor in einer Bifurkation durchsetzt.

Mit Blick auf die Kulturgeschichte ist es naheliegend, auch die *Entwicklung menschlicher Gesellschaften* als Dynamik komplexer Systeme zu verstehen. Jäger-, Bauern- und Industriegesellschaften breiten sich wie Wetterfronten auf geographischen Karten aus. Schon bei der Industrialisierung des 19. Jahrhunderts bilden Straßen- und Eisenbahnnetze das Nervensystem der sich ausbreitenden Nationalstaaten. P. M. Allen untersuchte in dem Zusammenhang *Computermodele von Stadtentwicklungen*. Er ging von einer ursprünglich nahezu gleichmäßig bewohnten Region aus, die von einem schachbrettartigen Netz von Orten bedeckt wurde, an denen die sich verändernden Bevölkerungskonzentrationen im Laufe der Zeit zu erfassen waren. Die Orte waren durch Funktionen verbunden, in denen ihre industrielle Kapazität, Verkehrsanschließung, aber auch ihr Freizeit- und Erholungswert zum Ausdruck kamen. Eine Art logistischer Gleichung modellierte die *nichtlineare* Dynamik der Besiedlung, die sich in neuen Stadtzentren, Industriegebieten, Ballungszonen, Veränderungen des Verkehrsnetzes zeigte.

Hier setzt Wolfgang Weidlichs *Modellierungskonzept der Soziodynamik* an, das sich als Teilgebiet der Synergetik versteht. Methodisch wird dazu die Mikroebene individueller Entscheidungen einzelner Menschen von der Makroebene kollektiver Prozesse unterschieden. Die probabilistische Kollektiventwicklung wird durch eine Mastergleichung für gesellschaftliche Makrozustände („Soziokonfigurationen“) modelliert. Jede Komponente einer Soziokonfiguration bezieht sich auf eine Subpopulation mit einem charakteristischen Verhaltensvektor. In Computergraphiken können die sich verändernden Wanderungsströme zweier Populationen wie in einer Flußdynamik als unterschiedliche Attraktoren („Ordnungsparameter“) dargestellt werden — von Ghettobildungen („PunkATTRAKTOREN“) über oszillierende bis zu chaotischen Zuständen. Wir können zwar auf der Mikroebene keine individuellen Entscheidungen voraussehen. Auf der Makroebene lassen sich aber mögliche Szenarien kollektiver Trendentwicklungen unter bestimmten Nebenbedingungen („Kontrollwerten“) simulieren. Dabei bleiben allerdings individuelle kognitive Prozesse und die Kommunikation zwischen Individuen in der Gesellschaft unberücksichtigt. Klaus G. Troitzsch erläutert in seinem Beitrag verschiedene mathematische Modelle von der Spieltheorie bis zu zellulären Automaten, die der *nichtlinearen sozialen Dynamik zwischen Individuen* gerecht werden. Auch dabei erweisen sich Computersimulationen als nützliches Instrumentarium. Günter Küppers fragt nach der Selbstorganisation des Sozialen: Wie sollen wir mit Unsicherheit umgehen?

Bereits Adam Smith (1723–1790), der Vater der *Marktwirtschaft*, ging vom Selbstorganisationsprozeß eines komplexen Wirtschaftssystems aus, in dem Angebot und Nachfrage von Produkten zwischen Firmen und Konsumenten die wirtschaftliche Dynamik bestimmen. Dazu nahm Smith einen „natürlichen“ Preis an, der sich aus dem Arbeitswert eines Produkts ergibt. Wenn der Marktpreis größer als der natürliche Preis wird, ist die Profitrate hoch, so daß sich die Produktion ausweitet und damit zur Preissenkung führt. Die umgekehrte Bewegung tritt ein, wenn der Marktpreis kleiner als der natürliche Preis ist. Durch Gewinnchancen und Verlustrisiken steuert sich also das Marktsystem selbst und strebt einem absoluten *Gleichgewichtszustand von Angebot und Nachfrage* zu. Smith unterstellte also eine Art konservativer Selbstorganisation, durch die sich im ökonomischen Gleichgewicht der soziale Ordnungszustand einer Gesellschaft („Wealth of Nation“) von selbst wie durch eine unsichtbare Hand („invisible hand“) gelenkt einstellt.

Tatsächlich lassen sich aber ökonomische Systeme nicht mit der konservativen Selbstorganisation von Kristallen und Festkörpern nahe dem thermischen Gleichgewicht vergleichen. Als *offenes System*, das in ständigem Stoff-, Energie- und Informationsaustausch mit anderen Märkten und der Natur steht, kann Marktwirtschaft keinem Gleichgewichtszustand „natürlicher“ Preise zustreben. Analog wie ein biologisches Ökosystem wird sie in ständiger Veränderung begriffen sein und empfindlich auf geringste Veränderungen der Randbedingungen reagieren. Zudem sind die Agenten eines Wirtschaftssystems *lernfähige Menschen*. Kurzfristige Schwankungen von Konsumentenpräferenzen, unflexibles Reagieren im Produktionsverhalten, aber auch Spekulationen auf Rohstoff- und Grundstücksmärkten liefern Beispiele für sensible Reaktionen im Wirtschaftssystem. Daß Fluk-

tuationen im kleinen sich zu Wachstumsschüben im großen selbst organisieren können (z.B. technische Innovationen wie Webstuhl und Dampfmaschine in der industriellen Revolution), andererseits aber zu chaotischem und unkontrollierbarem Verhalten aufschaukeln können (z.B. Börsenkrach, Massenverelendung, Arbeitslosigkeit), ist eine historische Erfahrung der Jahrhunderte nach Adam Smith. Hans-Walter Lorenz zeigt in seinem Beitrag, wie die *Modellierung nichtlinearer Dynamik* nun auch von den *Ökonomen* entdeckt wird.

Ein Modell zeigt, wie sich der Wettbewerb zwischen zwei konkurrierenden Technologien bei *positiver Rückkopplung* unter der Bedingung zunehmender Erträge durch geringste Anfangsfluktuationen entscheidet. Geringste Marktvorteile in der Anfangsphase können dazu führen, daß sich eine Technologie immer leichter und deutlicher durchsetzt, ohne daß diese Entwicklung am Anfang vorausgesagt werden konnte. Selbst wenn ein technischer Standard wie z.B. ein Computerbetriebssystem nicht die beste Lösung unter fachlichem Gesichtspunkt war, kann sie sich global auf diesem Weg durchsetzen. Wissenschaftshistorisch ist bemerkenswert, daß der „Schmetterlingseffekt“ in der Wirtschaft bereits 1890 von dem englischen Ökonomen A. Marshall erwähnt wurde — also etwa in der Zeit, als Poincaré die Nichtlinearität der Himmelsmechanik herausstellte. Marshall zeigte, wie ein Unternehmen, das rein zufällig früh einen hohen Marktanteil erreicht, seine Konkurrenten überflügeln kann, wenn die Produktionskosten mit zunehmenden Marktanteilen fallen. Welche Konsequenzen folgen daraus für die wirtschaftliche Praxis? Wie bewähren sich nichtlineare Modelle im wirtschaftlichen Entscheidungsverhalten? Carl J. G. Evertsz, Ralf Hendrych, Peter Singer und Heinz-Otto Peitgen zeigen praktische Anwendungen von fraktaler Geometrie und Chaostheorie bei der Analyse von Börsenzeitreihen.

9 Perspektiven für Wissenschaft, Technik und Kultur

Die moderne Wirtschafts- und Gesellschaftsentwicklung hängt entscheidend von der Entwicklungsdynamik von Wissenschaft und Technik ab. Wie läßt sich diese Dynamik modellieren? Historisch wurde das Wachstum von Wissenschaft und Technik mit wirtschaftlichen Konjunkturverläufen verglichen. Manche Autoren vermuteten einen ‚Echoeffekt‘ bei wirtschaftlichen Innovationen, die technisch-wissenschaftlichen Inventionen nachfolgen. Innovationsfähigkeit erweist sich als Schlüsselqualifikation für komplexe Systeme und nichtlineare Dynamik in Natur und Gesellschaft. Franz Josef Radermacher begreift ein Unternehmen als innovativen Superorganismus, der sich in Lernprozessen selbst organisiert. Das lernende Unternehmen erfordert ein Wissensmanagement, das Kenntnisse der Theorie komplexer Systeme und nichtlinearer Dynamik voraussetzt. Werner Ebeling, Andrea Scharnhorst, Miguel A. Jiménez Montaña und Karmeshu untersuchen *Evolutions- und Innovationsdynamik als Suchprozeß in komplexen adaptiven Fitnesslandschaften*. Dabei werden technologische Trajektorien als Lebenszyklen von Produktion und Technologien mit ihren Innovationsfolgen betrachtet.

Mit den Methoden komplexer Systeme stehen uns heute also fachübergreifende Verfahren zur Verfügung, um die nichtlineare Dynamik in Natur und Gesellschaft besser zu verstehen. Tabelle 1 zeigt einen Überblick über die angespro-

chenen Anwendungen von *Physik, Chemie und Biologie* über *Gehirnforschung, Medizin und Psychologie* bis *Soziologie, Ökonomie, Wissenschafts-, Technik- und Innovationsforschung*. Da wegen der hohen Nichtlinearität der Probleme vollständige analytische Lösungen nicht möglich sind, treten *numerische Approximationen* und *Computereperimente* immer stärker in den Vordergrund. Damit werden methodische Grenzen z.B. für Prognose- und Optimierungsverfahren deutlich, aber auch neue Forschungsmöglichkeiten und neue Forschungsperspektiven. Formale Methoden und Computereperimente machen aber nur Sinn in enger Kooperation mit fachspezifischen Beobachtungen, Laborexperimenten und Diagnoseverfahren. *Software ersetzt nicht Wetware, Brainware oder Manware, sondern ergänzt sie.*

Damit sind *Perspektiven für Wissenschaft und Technik, Politik und Kultur* angesprochen. Angesichts nichtlinearer, ja chaotischer Prozesse in Natur und Gesellschaft wäre die Vorstellung omnipotenter Plan- und Berechenbarkeit naiv, ein Relikt des *Laplaceschen Dämons* im 19. Jahrhundert. Was ist die Botschaft der *Komplexitätsforschung in Natur- und Technik-, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*? In komplexen Systemen stellt sich *Verantwortung* neu, in denen geringe lokale Fehler globale Risiken und Gefahren heraufbeschwören. Betriebswirtschaftliches Versagen einzelner Manager kann Tausende von Arbeitsplätzen kosten. Von den Fehlentscheidungen einzelner Politiker oder Parteien ganz zu schweigen. Unsere Konsumentenwünsche können sich über landwirtschaftliche und industrielle Produktionsprozesse zu langfristigen Umweltschäden aufschaukeln. Ein Arzt und Psychologe sollte den Menschen als komplexen Organismus mit vielen zusammenhängenden labilen Gleichgewichten auffassen und nicht als auseinander- und zusammensetzbare Maschine nach dem Vorbild der klassischen Mechanik. Falsche lokale Therapien können außerordentlich schnell den Gesamtorganismus schädigen.

Das *Studium komplexer Systeme* in *Medizin, Natur-, Technik-, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* sollte uns daher in erster Linie *sensibel* machen für die empfindlichen Gleichgewichte in Natur und Gesellschaft, die zusammenbrechen und chaotisch unvorausehbare Entwicklungen nach sich ziehen können. Gutes Meinen und Wollen reichen aber nicht aus. In einer komplexen Evolution müssen wir die *Nebenbedingungen* genau studieren, unter denen gewünschte Entwicklungen realisiert werden können. Die Erforschung nichtlinearer komplexer Systeme rät uns also zu *sensiblen Agieren und Reagieren* in *labilen und empfindlichen Gleichgewichtszuständen*. Wer aber aus Angst vor Chaos im Nichtstun verharrt, wird von der Eigendynamik komplexer Systeme überrollt. Am Rande des Chaos ist zwar *Sensibilität* gefragt, aber auch *Mut, Kraft und Kreativität zur Problemlösung*.

Tabelle 1. Komplexe Systeme in Natur und Gesellschaft

Disziplin	Systeme	Elemente	Dynamik (‘Phasenübergänge’)	Attraktoren (‘Ordnungsparameter’)
Physik	<i>Konservative Systeme</i> (z.B. Ferromagnet) <i>Dissipative Systeme</i> (z.B. Bénard-Konvektion)	<i>Partikel</i> (z.B. Dipole) <i>Partikel</i> (z.B. Atome)	<i>Konservative Phasenübergänge</i> <i>nahe dem thermischen Gleichgewicht</i> <i>Dissipative Phasenübergänge</i> <i>fern dem thermischen Gleichgewicht</i>	<i>Makroskopische Muster</i> (z.B. Dipolmuster) <i>Makroskopische Muster</i> (z.B. Konvektionsrollen)
Chemie	<i>Konservative Systeme</i> (z.B. Kristalle, Festkörper) <i>Dissipative Systeme</i> (z.B. BZ-Reaktion)	<i>Moleküle</i> <i>Moleküle</i>	<i>Self-Assembly Formation</i> <i>nahe dem thermischen Gleichgewicht</i> <i>Dissipative Phasenübergänge</i> <i>fern dem thermischen Gleichgewicht</i>	<i>Makroskopische Muster</i> (z.B. Kristallstrukturen) <i>Makroskopische Muster</i> (z.B. oszillierende Spiralen)
Biologie	<i>Organismen</i>	<i>Genotyp</i> (RNS, DNS)	<i>Evolution</i> (z.B. Selbstreproduktion, Mutation, Selektion, Metabolismus)	<i>Makroskopischer Phänotyp</i>
Ökologie	<i>Populationen</i>	<i>Organismen</i>	<i>Konservative und Dissipative</i> <i>Populationsdynamik</i> (z.B. Symbiose)	<i>Attraktoren ökologischer</i> <i>Dynamik</i> (z.B. Gleichgewicht)
Informatik	<i>Artificial Life Systeme</i> (z.B. zelluläre Automaten)	<i>Automaten,</i> <i>Prozessoren etc.</i>	z.B. <i>genetische, replikative, mutative,</i> <i>selektive Algorithmen</i>	<i>Attraktoren von</i> <i>Computersimulationen</i>
Gehirnforschung	<i>Gehirn</i> (ZNS)	<i>Neuronen</i>	<i>Synaptische Zellverschaltung</i> (elektrisch, neurochemisch)	<i>Attraktoren der Gehirndynamik</i>
Neuroinformatik	<i>Neuronale Netze</i>	<i>Technische</i> <i>Neuronen</i>	<i>Lernalgorithmen</i> (z.B. Hebb, Backpropagation)	<i>Attraktoren neuronaler Netze</i>
Medizin	<i>Patient</i>	<i>Organe, Zellen etc.</i>	<i>Somatische Dynamik</i>	<i>Somatische Attraktoren</i> (Gesundheits-, Krankheitsbilder)
Psychologie	<i>Patient</i>	<i>Psychische Faktoren</i>	<i>Psychische Dynamik</i>	<i>Psychische Attraktoren</i> (Gesundheits-, Krankheitsbilder)
Soziologie	<i>Soziale Systeme</i>	<i>Soziale Faktoren</i> (z.B. Bürger, Institutionen)	<i>Soziale Dynamik</i>	<i>Soziale Gleichgewichte,</i> <i>Oszillationen, Chaos</i>
Ökonomie	<i>ökonomische Systeme</i>	<i>ökonomische Faktoren</i> (z.B. Verbraucher, Firmen)	<i>ökonomische Dynamik</i>	<i>ökonomische Gleichgewichte,</i> <i>Oszillationen, Chaos</i>
Wissenschaftstheorie/ Wissenschaftsforschung	<i>Forschungsfelder,</i> <i>Forscherguppen</i>	<i>Forschungsprobleme,</i> <i>Forscher</i>	<i>Forschungs- und Forscherdynamik</i>	<i>Forschungsparadigmen,</i> <i>Forschungsformen etc.</i>

Literatur

1. Allen, P. M. (1982) Self-Organization in the Urban System. In: Schieve, W. C., Allen, P. M. (eds.) (1982) *Self-Organization and Dissipative Structures*. University of Texas Press, Austin, pp. 142–146
2. Barrow-Green, J. (1994) Oscar II's prize competition and the error in Poincaré's memoir on the three body problem. *Archive for History of Exact Sciences* **48**, 107–131
3. Bernoulli, J. (1968) *Opera omnia*. Vol. I. Olms, Hildesheim
4. Birkhoff, G. (1927) *Dynamical Systems*. AMS Publ., Providence
5. Crutchfield, J. P., MITCHELL, M. (1994) The evolution of emergent computation. SFI Techn. Rep. SFI-94-03-012. *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)*
6. Diacu, F. (1996) The solution of the n-body problem. *The Mathematical Intelligencer* **18**, 66–70
7. Eigen, M. (1971) Self-organization of matter and the evolution of biological macromolecules. *Naturwissenschaften* **58**, 465–523
8. Eigen, M., Schuster, P. (1979) *The Hypercycle*. Springer, Heidelberg Berlin New York
9. Gerok, W. (1989) Ordnung und Chaos als Elemente von Gesundheit und Krankheit. In: Gerok, W., Ax, P. (Hrsg.) *Ordnung und Chaos in der belebten und unbelebten Natur*. Verh. D. Ges. Dt. Naturforscher und Ärzte, Wiss. Verl.-Ges., Stuttgart, pp. 19–41
10. Glass, L., Hunter, P., McCulloch, A. (eds.) (1990) *Theory of Heart. Biomechanics, Biophysics, and Nonlinear Dynamics of Cardiac Function*. Springer, New York Berlin Heidelberg London Paris Tokyo Hong Kong Barcelona
11. Glass, L., Shrier, A. (1990) Low dimensional dynamics in the heart. In: [10], pp. 289–312
12. Grassberger, P. (1988) Complexity and forecasting in dynamical systems. In: Petit, L., Vulpiani, A. (eds.) *Measures of Complexity*. Springer, Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo
13. Großmann, S., Thomae, S. (1977) Invariant distributions and stationary correlation functions of one-dimensional discrete processes. *Zeitschrift für Naturforschung* **32a**, 1353–1363.
14. Gutowitz, H., Langton, C. (1995) Mean field theory of the edge of chaos. In: Morán, F., Moreno, A., Morelo, J. J., Chacón, P. (eds.) *Advances in Artificial Life*. Springer, Berlin Heidelberg New York Barcelona Budapest Hong Kong London Milan Paris Tokyo, pp. 52–64
15. Haken, H. (1983) *Advanced Synergetics. Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices*. Springer, Berlin Heidelberg New York Tokyo
16. Haken, H. (1996) *Principles of Brain Functioning*. Springer, Berlin Heidelberg New York Barcelona Budapest Hong Kong London Milano Paris Santa Clara Singapur Tokyo
17. Hess, B., Markus, M., Müller, S. C., Plessner, Th. (1989) *Nonlinear Dynamics in Chemistry and Biology*. Nova Acta Leopoldina NF **61**, 79–101
18. Holland, J. H. (1992) *Adaption in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, Cambridge (M.A.), London
19. Kaplan, D., Glass, L. (1995) *Understanding Nonlinear Dynamics*. Springer, New York Berlin Heidelberg London Paris Tokyo Hong Kong Barcelona Budapest
20. Landau, L. D., Lifschitz, E. M. (1980) *Lehrbuch der theoretischen Physik*. Bd. V, Bd. IX. Akademie Verlag, Berlin

21. Langton, C. G. (1986) Studying artificial life with cellular automata. *Physica* **D22**, 120–149
22. Laplace, P. S. de (1818) *Essai philosophique sur les probabilités*. Paris 1814; dt. Akadem. Verlagsanstalt, Leipzig
23. Leibniz, G. W. (1927) *Monadologie* (1714). Dt. Übers. H. Herring. Meiner, Hamburg
24. Lorenz, E. N. (1964) The problem of deducing the climate from the governing equations. *Tellus* **16**, 1–11
25. Mainzer, K. (1988) *Symmetrien der Natur*. De Gruyter, Berlin New York
26. Mainzer, K. (1997) *Thinking in Complexity, The Complex Dynamics of Matter, Mind, and Mankind*. (3rd enlarged edition), Springer, Berlin Heidelberg New York Barcelona Budapest Hongkong London Milan Paris Santa Clara Singapore Tokyo
27. Mainzer, K. (1997) *Gehirn, Computer, Komplexität*. Springer, Berlin Heidelberg New York Barcelona Budapest Hongkong London Mailand Paris Santa Clara Singapur Tokio
28. Mainzer, K. (1997) *Komplexität in der Natur*. In: Was kann die Naturforschung leisten? Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina, Jahresversammlung Halle 1997, *Nova Acta Leopoldina NF* **303**, 166–189
29. Mainzer, K., Schirmacher, W. (Hrsg.) (1994) *Quanten, Chaos und Dämonen. Erkenntnistheoretische Aspekte der modernen Physik*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Leipzig, Wien Zürich
30. Mainzer, K., Müller A., Saltzer, W. (eds.) (1998) *From Simplicity to Complexity: Information, Interaction, and Emergence*. Vieweg, Braunschweig Wiesbaden
31. Markus, M., Hess, B. (1984) Transitions between oscillator modes in a glycolytic model- system. *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* **81**, 4394–4398
32. McCauley, J. L. (1987) Chaotic dynamical systems as machines. In: Haken, H. (ed.) *Computational Systems – Natural and Artificial*. Springer, Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo, pp. 188–195
33. Meinhardt, H. (1995) *The Algorithmic Beauty of Sea Shells*. Springer, Berlin Heidelberg New York
34. Mitchell, M., Crutchfield, J. P., Hraber, P. T. (1994) Dynamics, computation, and the „edge of chaos“. A re-examination. In: Cowan, G. A., Pines, D., Meltzer, D. (eds.) *Complexity. Metaphors, Models, and Reality*. Addison-Wesley, Reading (M.A.), Amsterdam Bonn, pp. 497–513
35. Müller, A., Dress, A., Vögtle, F. (eds.) (1996) *From Simplicity to Complexity in Chemistry – and Beyond*. Vieweg, Braunschweig Wiesbaden
36. Nicolis, G., Prigogine, I. (1977) *Self-Organization in Non-Equilibrium Systems*. Wiley, New York
37. Poincaré, H. (1892-1893) *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*. Vol. I-III. Gauthier-Villars, Paris
38. Saxberg, B. E. H., Cohen, R. J. (1990) Cellular automata models of cardiac conduction. In: [10], pp. 437–476
39. Schneider, F. W., Münster, A. F. (1996) *Nichtlineare Dynamik in der Chemie*. Spektrum Akademischer Verlag, Oxford
40. Tuffillaro, N. B., Abbott, T., Reilly, J. (1992) *An Experimental Approach to Non-linear Dynamics and Chaos*. Addison-Wesley, Reading (M.A.), Amsterdam, Bonn
41. Wang, Q. (1991) The global solution of the n-body problem. *Celestial Mechanics* **50**, 73–88
42. Weisbuch, G. (1989) *Dynamique des Systèmes Complexes*. InterEditions, Paris
43. Wolfram, S. (1984) Universality and complexity in cellular automata. In: Farmer, D., Toffoli, T., and Wolfram, S. (eds.) *Cellular Automata*. North-Holland, Amsterdam, pp. 1–35